УДК 655.26+004.925.5 © *Х. Предко<sup>1</sup>, М. Шовгенюк<sup>1,2</sup>, 2009* 

# ПРИВЕДЕННЯ НЕОРТОГОНАЛЬНИХ КОЛІРНИХ ПРОСТОРІВ ДО КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ

Описані основні властивості неортогональних колірних просторів з ахроматичною та двома хроматичними координатами кольору. Дано обґрунтування, що єдиною канонічною формою представлення кольорів для видавничих систем служить новий колірний простір ICaS.

Basic properties of non orthogonal color spaces with achromatic and by two chromatic coordinates of color have been described. It has been grounded that the only canonical form of presentation of colors for the publishing systems is ICaS color space.

# 1. ФОРМУЛЮВАННЯ ПРОБЛЕМИ

Переважна більшість відомих [1-4, 11] колірних просторів відноситься до класу неортогональних просторів, коли вектор І ахроматичної осі і вектори С<sub>1</sub>, С<sub>2</sub> хроматичних осей складають між собою довільний кут  $\varphi$ , відмінний від 90°. Для характеристики будь-якого кольору в таких системах необхідно вводити косокутну систему координат.

Покажемо, що на основі використання методів векторного і тензорного аналізу [5-8] довільний неортогональний колірний простір можна однозначно записати в канонічному представленні відносно ортонормованого базису, що значно розширює уявлення про ці простори для однозначного описування кольору.

Відомо [9], що органи зору людини менш чутливі до кольору предметів, ніж до їх яскравості. Тому, яскравісно-хроматичні (luminancechrominance) моделі з середини минулого століття широко застосовуються у телебаченні та у наш час при кодуванні цифрових графічних і відео даних та у MPEG та JPEG зтисненні цифрової інформації.

Кожна модель цього типу базується на трьох компонентах: яскравості (Y) сірих відтінків та двох хроматичних компонентах для передачі даних про колір. Компонента Y обчислюється як середнє зважене складових R, G, B за наступною формулою:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Українська академія друкарства

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Інститут фізики конденсованих систем НАН України

$$Y = \frac{(R+G+B)}{3} + Kr(G-R) + Kb(G-B) , \qquad (1)$$

де Kr, Kb – відповідні вагові множники.

Колірна інформація може бути представлена складовими колірних різниць. Наприклад, у телебаченні кожна з цих складових є різницею між R, G і B і компонентою яскравості Y. Зелений колір створює найбільший вклад у відео сигнал яскравості, тому саме червоний і синій канали використовуються, щоб формувати сигнали колірності.

$$C_1 = \alpha_1 (R_\gamma - Y)$$

$$C_2 = \alpha_2 (B_\gamma - Y)$$
(2)

де *a*<sub>1</sub>, *a*<sub>2</sub> – коефіцієнти пропорційності.

У поліграфії по аналогії до телебачення колір подають через колірну різницю двох систем RGB та CMY

$$C = 1 - R,$$
  

$$M = 1 - G,$$
  

$$Y = 1 - B$$
(3)

Перетворення RGB сигналу у сигнал яскравості (Y) і двох сигналів колірності ( $C_1$  та  $C_2$ ) є лінійним зворотнім процесом і точкою відліку для всього відео кодування.

Для стандарту PAL (Phase Alternation Line) застосовується колірний простір YUV, для NTSC (National Television Standards Committee) простір YIQ, а YCbCr – як для PAL, так і для NTSC. Всі ці простори мають одинакову ахроматичну координату кольору (1): Kr = 1/3 - 0,299 Kb = 1/3 - 0,114

Колірний простір YUV. Нижча точність кодування колірності в зображеннях NTSC до погіршення якості кольору. Внаслідок цього були розроблені системи, що дозволяють поліпшити якість кольору при передачі відео. Одна з таких схем кодування — YUV, що містить інформацію про складений колір в системах, подібних європейському стандарту аналогового відео PAL, який використовується в більшій частині Європи, а також в Африці, Австралії і Азії [1, 2].

Перехід до простору YUV з RGB здійснюють за допомогою матричного перетворення:

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,147 & -0,289 & 0,436 \\ 0,615 & -0,515 & -0,100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(4)

Колірний простір YIQ. Монітори, що працюють за RGB системою, вимагають окремих сигналів для представлення червоної, зеленої і

синьої складових зображення, а телевізійний монітор використовує складений сигнал. Система YIQ була розроблена ще у 1953 році для кольорового телебачення стандарту NTSC.

У моделі кольору YIQ параметр Y має те ж значення, що параметр Y в колірному просторі CIE XYZ. Оскільки Y містить інформацію про яскравість, чорно-білі телевізійні монітори використовують лише цей сигнал (Y). Параметр I містить інформацію про оранжево-голубі кольори, що дають відтінки тілесного кольору, а параметр Q несе інформацію про зелено-пурпурні тони.

Перетворення з простору RGB в простір YIQ виконується за допомогою наступної матриці [3]

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ 0,596 & -0,275 & -0,321 \\ 0,212 & -0,523 & 0,311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(5)

Колірний простір YCrCb. Простір YCrCb є подібним до просторів YIQ і YUV, але він розроблений для роботи з цифровим телебаченням. Дане представлення кольору використовується для перетворень цифрового відео і реалізоване в різних форматах графічних файлів, наприклад, JPEG [3].

Сигнал яскравості і нормовані сигнали пов'язані з сигналами основних кольорів наступним матричним перетворенням:

$$\begin{bmatrix} Y \\ Cr \\ Cb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,1688 & -0,3312 & 0,5000 \\ 0,5000 & -0,4184 & -0,0816 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(6)

-- -

Колірний простір Photo YCC. Колірний простір Photo YCC від Eastman Kodak Company був розроблений для кодування зображення на носіях Photo CD. Метою було створення кольорового простору, який би не залежав від пристрою відтворення.

Простір *Photo YCC* побудований на тому ж принципі, що і йому подібні – *YUV, YIQ, YCrCb,* але він має набагато ширше кольорове охоплення, яке включає навіть ті кольори, які знаходяться за межею людського сприйняття, так як простір Photo YCC розрахований на сучасні технології кольоропередачі і кольоровідтворення.

Перетворення з простору RGB в простір Photo YCC виконується за допомогою наступної матриці [2]

$$\begin{bmatrix} Y \\ C \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,213 & 0,419 & 0,081 \\ -0,131 & -0,256 & 0,387 \\ 0,373 & -0,312 & -0,061 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(7)

Колірний простір YES. Фірма Хегох запропонувала колірний простір YES, який описується матрицею [4]

$$\begin{bmatrix} Y \\ E \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,684 & 0,063 \\ 0,500 & -0,500 & 0,000 \\ 0,250 & 0,250 & -0,500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(8)

де канал Y – компонента яскравості, E, та S - хроматичні канали. Ортогональний колірний простір YES – це лінійне перетворення RGBпростору.

## 2. ЛІНІЙНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОЛІРНИХ ПРОСТОРІВ НА ОСНОВІ ДЕФОРМАЦІЇ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ

Як зазначалось вище, кожний неортогональний колірний простір можна графічно подати у вигляді косокутної системи координат.

Перейдемо до опису деформації поперечного зсуву [5, 6] тривимірного колірного простору. Розглянемо загальний випадок колірного простору *I*,  $C_I$ ,  $C_2$  в косокутній системі базисних векторів *I*,  $C_I$ ,  $C_2$ , який описується матрицею

$$M_{IC_{1}C_{2}} = \begin{bmatrix} 1/3 - Kr & 1/3 + (Kr + Kb) & 1/3 - Kb \\ -(m_{22} + m_{23}) & m_{22} & m_{23} \\ -(m_{32} + m_{33}) & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$
(9)

З теорії матриць [7] відомо, що довільну невироджену матрицю  $M \pmod{\det M \neq 0}$  завжди можна представити добутком ортогональної матриці

$$M = T \cdot M^{(ort)} \implies M^{(ort)} = T^{-1} \cdot M , \qquad (10)$$

де T – верхня трикутна матриця. Покажемо, що матриця  $D = T^{-1}$  має фізичний зміст добутку елементарних матриць поперечного зсуву в трьох координатних площинах колірного простору  $I C_1 C_2$ .

Як показано на рис. 1, об'ємне тіло колірного простору можна модельно представити сукупністю накладений "тонких" листів (площин) хроматичних діаграм, заданих в косокутному базисі хроматичних век-

торів *C*<sub>1</sub> *i C*<sub>2</sub>, причому такі діаграми додатково зміщені між собою в напрямі просторової орієнтації ахроматичного вектора І.

$$(\mathbf{I}, \mathbf{C}_{1}) = (2m_{22} + m_{23})Kr + (m_{22} - m_{23})Kb \neq 0$$
  

$$(\mathbf{I}, \mathbf{C}_{2}) = (2m_{32} + m_{33})Kr + (m_{32} - m_{33})Kb \neq 0$$
  

$$(\mathbf{C}_{1}, \mathbf{C}_{2}) = (2m_{22} + m_{23})m_{32} + (2m_{23} + m_{22})m_{33} \neq 0$$
(11)

В цьому випадку можна здійснити послідовно три типи деформацій поперечних зсувів об'ємного тіла колірного простору в напрямах хроматичних векторів  $C_1 C_2$ .

Слід відмітити одну суттєву обставину, що при описі деформації поперечного зсуву об'ємного тіла колірного простору в напрямі одного із базисних векторів необхідно обов'язково враховувати площину, в якій знаходиться цей базисний вектор.

Спочатку необхідно здійснити деформації поперечних зсувів колірного простору в площинах хроматичних діаграм. Для цього формально вводимо оператор  $D_1^{C_1C_2}$ , який один хроматичний вектор залишає незмінним, а другий хроматичний вектор деформує паралельно напряму першого незмінного вектора [6]. Таким чином, в результаті деформації поперечного зсуву хроматичний вектор  $C_1$  повертається на кут пропорційний параметру  $k_1$  деформації і утворює новий хроматичний вектор  $C_1^{new}$ , який вже буде ортогональний до вектора  $C_2$ . Тоді лінійним оператором  $D_1^{C_1C_2}$  буде здійснюватися в паралельних площинах хроматичних діаграм деформація поперечного зсуву хроматичного вектора  $C_1$  в напрямі другого хроматичного вектора  $C_2$ .

Другим лінійним оператором  $D_2^{IC_2}$  буде здійснюватися деформація поперечного зсуву ахроматичного вектора I в напрямі хроматичного вектора  $C_2$ .

На завершальній стадії, як показано на рис. 1, лінійним оператором  $D_3^{IC_1}$  буде здійснюватися деформація поперечного зсуву ахроматичного вектора I в напрямі хроматичного вектора  $C_1$  простору  $IC_1C_2$  в напрямах базисних векторів.

$$D_{2}^{IC_{2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & k_{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{3}^{IC_{1}} = \begin{bmatrix} 1 & k_{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{2}$$

$$D_{1}^{C_{1}C_{2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k_{1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Модель деформацій поперечних зсувів об'ємного тіла колірного

В результаті послідовного виконання трьох деформацій поперечних зсувів колірного простору IC<sub>1</sub>C<sub>2</sub> отримуємо верхню трикутну матрицю D.

$$D_{3} \cdot D_{2} \cdot D_{1} = \begin{bmatrix} 1 & k_{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & k_{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k_{1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k_{3} & k_{2} + k_{1}k_{3} \\ 0 & 1 & k_{1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = D$$
(12)

Верхня трикутна матриця – це квадратна матриця, в якій всі елементи нижче за головну діагональ дорівнюють 0 [8]. Завдяки цій матриці ми можемо привести будь-яку косокутну систему до канонічного вигляду. Отримуємо нову матрицю

$$M_{IC_{1}C_{2}}^{new} = \begin{bmatrix} 1 & k_{3} & k_{2} + k_{1}k_{3} \\ 0 & 1 & k_{1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/3 - Kr & 1/3 + (Kr + Kb) & 1/3 - Kb \\ -(m_{22} + m_{23}) & m_{22} & m_{23} \\ -(m_{32} + m_{33}) & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$
(13)

Тепер на основі використання умови ортогональності всіх нових базисних векторів записуємо систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} \left( \mathbf{C}_{1}^{new}, \mathbf{C}_{2}^{new} \right) = 0 \\ \left\{ \left( \mathbf{I}^{new}, \mathbf{C}_{1}^{new} \right) = 0 \\ \left( \mathbf{I}^{new}, \mathbf{C}_{2}^{new} \right) = 0 \end{cases}$$
(14)

розв'язок яких дає числові значення коефіцієнтів  $k_1, k_2, k_3$  деформацій поперечних зсувів заданого колірного простору  $IC_1C_2$  в ортогональному базисі. Загальний розв'язок системи рівнянь (14) має вигляд

$$k_{1} = -\frac{(2m_{22} + m_{23})m_{32} + (2m_{23} + m_{22})m_{33}}{2(m_{32}^{2} + m_{32}m_{33} + m_{33}^{2})} = -\frac{(\mathbf{C}_{1} \cdot \mathbf{C}_{2})}{|\mathbf{C}_{2}|^{2}}$$

$$k_{2} = -\frac{(2m_{32} + m_{33})Kr + (m_{32} - m_{33})Kb}{2(m_{32}^{2} + m_{32}m_{33} + m_{33}^{2})} = -\frac{(\mathbf{I} \cdot \mathbf{C}_{2})}{|\mathbf{C}_{2}|^{2}}$$

$$k_{3} = -\frac{m_{33}Kr + (m_{32} + m_{33})Kb}{m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32}}$$
(15)

Отже, числові значення коефіцієнтів  $k_1, k_2, k_3$  деформацій поперечних зсувів однозначно визначаються з матриці (13) заданого колірного простору  $IC_1C_2$ .

Підставивши отримані значення коефіцієнтів деформацій  $k_1, k_2, k_3$  (15) в формулу (13), отримуємо матрицю  $M_{IC_1C_2}^{new}$  колірного простору  $IC_1C_2$  в ортогональному базисі

$$M_{IC_{1}C_{2}}^{new} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \det M / |\mathbf{C}_{2}|^{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ m_{32} - m_{33} & m_{32} + 2m_{33} & -(2m_{32} + m_{33}) \\ -(m_{32} + m_{33}) & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}.$$
 (16)

На основі отриманої формули (16) приходимо до важливого висновку, що матриця  $M_{IC_1C_2}^{new}$  колірного простору  $IC_1C_2$  в ортогональному базисі однозначно визначається числовими значеннями  $m_{32}, m_{33}$  другого хроматичного вектора  $C_2$  в базовій матриці (9).

Покажемо, що базова матриця (9) колірного простору  $IC_1C_2$  в косокутній системі координат в канонічному представленні завжди зводиться до вигляду (16).

Виходячи із загальної матриці (9), нормуюча матриця ортогонального базису

$$G_{IC_1C_2} = \begin{bmatrix} 1/|\mathbf{I}| & 0 & 0\\ 0 & 1/|\mathbf{C}_1| & 0\\ 0 & 0 & 1/|\mathbf{C}_2| \end{bmatrix}$$
(17)

Тепер, помноживши матрицю (17) зліва на матрицю (16), в результаті отримуємо канонічну матрицю кольорового простору  $IC_1C_2$ .

$$M_{IC_{1}C_{2}}^{can} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \operatorname{sgn}(\det M)/2 |\mathbf{C}_{2}| & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{6}/2 |\mathbf{C}_{2}| \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ (m_{32} - m_{33}) & (m_{32} + 2m_{33}) & -(2m_{32} + m_{33}) \\ -(m_{32} + m_{33}) & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} .$$
(18)

Таким чином, канонічна матриця колірного простору  $IC_1C_2$  в ортонормованому базисі рівна, за аналогією формули (16), добутку нормуючої матриці на ортогональну матрицю  $M_{IC_1C_2}^{ort}$ , в якій всі елементи першого рядка рівні 1, тобто ахроматичний вектор  $\mathbf{I}^{new}$  направлений вздовж вектора **n** нормалі хроматичної діаграми  $C_1^{new}C_2^{new}$ , а решта елементів визначаються виключно координатами  $m_{32}, m_{33}$  другого хроматичного вектора  $\mathbf{C}_2$  в базовій матриці (9).

Знак визначника det M базової матриці (9) визначає положення на хроматичній діаграмі  $C_1^{(can)}C_2^{(can)}$  основних R, G, B кольорів. При det M > 0 на хроматичній діаграмі  $C_1^{(can)}C_2^{(can)}$  обхід  $R \to G \to B$  відповідає додатньому напрямку (проти годинникової стрілки) і, навпаки, при det M < 0 – від'ємному напрямку (за годинниковою стрілкою).

Канонічна матриця (18) відноситься до класу ортогональних матриць і володіє цінними властивостями представлення кольорів на хроматичній діаграмі  $C_1^{(can)}C_2^{(can)}$ . Також матриця (18) встановлює однозначний зв'язок кольорового простору  $IC_1C_2$  з RGB-простором. Транспонована матриця до (18) є також оберненою

канонічною матрицею. Ця властивість канонічної матриці є важливою, оскільки базова матриця (9) колірного простору  $IC_1C_2$  такою властивістю не володіє. Очевидно, що коли ортогональну матрицю (18) помножити зліва на матрицю повороту, то в результаті отримаємо симетричну матрицю Хартлі, яка описує колірний простір *ICaS* [10].

$$M_{ICaS} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1 & -\left[1 + \sqrt{3}\operatorname{sgn}(\det M)\right]/2 & -\left[1 - \sqrt{3}\operatorname{sgn}(\det M)\right]/2\\ 1 & -\left[1 - \sqrt{3}\operatorname{sgn}(\det M)\right]/2 & -\left[1 + \sqrt{3}\operatorname{sgn}(\det M)\right]/2 \end{bmatrix}$$
(19)

Це означає, що теоретично завжди існує характерний кут  $\varphi$ , при якому хроматична діаграма  $C_1^{(can)}C_2^{(can)}$  однозначно описується єдиною симетричною канонічною матрицею Хартлі (19).

### 3. ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Застосуємо описаний метод ортогоналізації до прикладів відомих колірних просторів.

Ортогональне представлення кольорового простору YCrCb.

За означенням [3] колірний простір *YCrCb* описується матрицею (6), тоді його матриця в ортогональному базисі має вигляд

$$M_{YCrCb}^{new} = \begin{bmatrix} 1 & k_3 & k_2 + k_1 k_3 \\ 0 & 1 & k_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,169 & -0,331 & 0,500 \\ 0,500 & -0,419 & -0,081 \end{bmatrix}.$$
(20)

На основі матриці (13) із умови ортогональності нових базисних векторів  $\mathbf{Y}^{new}, \mathbf{Cr}^{new}, \mathbf{Cb}^{new}$  використовуємо систему рівнянь (14), яка має єдиний розв'язок. Отже,  $k_1 = -0,0353, k_2 = 0,4839, k_3 = 0,2295$ . Для отримання ортогональної системи необхідно змістити вісь  $C_1$  у протилежному напрямі на 0,0353 та провести більш суттєві зміщення для осі І в додатних напрямках хроматичних векторів  $C_2$  та  $C_1$  відповідно на 0,4839 та 0,2295. Якщо підставити отримані числові значення коефіцієнтів деформацій (див. табл. 1) у формулу (13), то отримаємо матрицю простору *YCrCb* в ортогональній системі координат

$$M_{YCrCb}^{new} = \begin{bmatrix} 0,3333 & 0,3333 & 0,3333 \\ 0,5059 & -0,4073 & -0,0986 \\ -0,1690 & -0,3310 & -0,5000 \end{bmatrix}.$$
(21)  
Отримана нова матриця (21) кольорового простору

*Y<sup>new</sup>Cr<sup>new</sup>Cb<sup>new</sup>* задовольняє основним вимогам ортогонального кольорового простору.

Сума елементів першого рядка матриці рівна 1<sup>\*</sup>. Відповідно, вектор  $\mathbf{Y}^{new}$  направлений строго по діагоналі ахроматичних кольорів і Ст $new = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{new} \frac{1}{2$ 

співпадає з вектором нормалі хроматичної площини Cr<sup>new</sup>Cb<sup>new</sup>

Суми елементів другого і третього рядків рівні 0. Відповідно, на діаграмі ортогональних хроматичних векторів  $\mathbf{Cr}^{new}, \mathbf{Cb}^{new}$  виконується умова симетричного розміщення основних R, G, B і доповнюючих *С,М,К* кольорів. В загальному випадку ці кольори будуть розміщені по еліптичній траєкторії, діаметри якої співпадають з напрямом хроматичних векторів  $\mathbf{Cr}^{new}, \mathbf{Cb}^{new}$ 

На основі матриці (21) легко розрахувати довжини ахроматичного  $\mathbf{Y}^{new}$  і хроматичних  $\mathbf{Cr}^{new}, \mathbf{Cb}^{new}$  базисних векторів:  $|\mathbf{Y}^{new}| = 1,732051$ ;  $|\mathbf{Cr}^{new}| = 1,522087$ ;  $|\mathbf{Cb}^{new}| = 1,605151$ .

Якщо помножити зліва нормуючу діагональну матрицю  $G^{new}$  (17) базисних векторів  $\mathbf{Y}^{new}, \mathbf{Cr}^{new}, \mathbf{Cb}^{new}$  на матрицю  $M_{YCrCb}^{new}$ , то в результаті отримуємо

$$G^{new} \times M^{new}_{YCrCb} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1,3339 & -1,0739 & -0,2600\\ -0,4699 & -0,9202 & 1,3901 \end{bmatrix} = M^{(can)}_{YCrCb}$$
(22)

Таким чином, ми знайшли канонічну матрицю колірного простору *YcrCb*, яка має важливе значення для опису властивостей кольорів.

<sup>\*</sup> Теоретично всі елементи першого рядка рівні і дорівнюють 1/3.

Побудуємо хроматичну діаграму для *YcrCb<sup>can</sup>* простору за матрицею, яку отримали після нормування (рис. 3). Основні та доповнюючі кольори знаходяться на радіальних прямих. Для порівняння на рис. 4 побудували хроматичну CaS – діаграму колірного простору IcaS, на основі матриці Хартлі (19).

### Таблиця 1

Колірний простір	Коефіцієнти деформацій $k_1, k_2, k_3$	Канонічна матриця $M^{can}_{IC_1C_2}$	Кут $\varphi_{,0}^{0}$
<i>YUV</i> ТВ- стандарт (Європа) PAL/SECAM	$k_1 = -0,0227$ $k_2 = 0,1987$ $k_3 = 0,5458$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ -0,5134 & -0,8845 & 1,3979\\ 1,3177 & -1,1035 & -0,2142 \end{bmatrix}$	66,3
<i>YIQ</i> ТВ- стандарт (США, Канада) PAL/SECAM	$k_1 = -0,4103$ $k_2 = 0,5014$ $k_3 = -0,1414$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1,2943 & -0,1536 & -1,1407\\ 0,5698 & -1,4058 & 0,8360 \end{bmatrix}$	21,2
<i>YCrCb</i> DVD- стандарт	$k_1 = -0,0353$ $k_2 = 0,4839$ $k_3 = 0,2295$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1,3339 & -1,0739 & -0,2600\\ -0,4699 & -0,9202 & 1,3901 \end{bmatrix}$	64,4
<i>PhotoYCC</i> (фірма Eastman Kodak Company)	$k_1 = -0,0308$ $k_2 = 0,6069$ $k_3 = 0,7441$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -0.5122 & -0.8855 & 1.3977 \\ 1.3182 & -1.1026 & -0.2156 \end{bmatrix}$	66,2
<i>YES</i> (фірма XEROX)	$k_1 = 0$ $k_2 = -0,5407$ $k_3 = 0,4310$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1\\ 1,2247 & -1,2247 & 0\\ 0,7071 & 0,7071 & -1,4142 \end{bmatrix}$	15

Канонічні матриці $M^{\mathit{can}}_{\mathit{IC}_1\mathit{C}_2}$ відомих колірних просторів

На хроматичній діаграмі шестикутник основних кольорів системи R-G-B-C-M-Y простору ICaS можна отримати, повернувши шестикутник канонічних просторів на певний кут  $\varphi$  (табл. 1). Наприклад, для простору YcrCbcan цей кут становить 64,4°. Таким чином, довільний ортогональний колірний простір завжди зводиться до канонічної форми нового колірного простору ICaS.



Рис. 3. Хроматична діаграма простору YCrCb, побудованого за канонічною матрицею (22).



Рис. 4. Хроматична CaS -діаграма колірного простору IcaS.

### 4. ВИСНОВКИ

Доведено, що неортогональні колірні простори YIQ, YUV, YcrCb, YES та PhotoYC можна ортогоналізувати та описати базовими канонічними матрицями. При повороті цих просторів на певний кут отримують новий простір ICaS, який характеризується єдиною симетричною канонічною матрицею Хартлі і може використо-вуватися для однозначного опису кольорів у видавничих системах.

1. Фисенко В. Т., ФисенкоТ. Ю., Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие. - СПб: СПбГУ ИТМÔ, 2008. – 192. 2. Color and Shading: http://graphics.cs.msu.ru/courses/cg01b/ch6.pdf. 3. Быков Р.Е. Основы телевидения и видеотехники: Учеб. для вузов. М.:Горячая линия - телеком, 2006. 399 с. 4. Xerox Color Encoding Stan-dards} // Tech. Rep., Xerox Systems Institute, Sunnyvale, CA, 1989. 5. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. Київ: Вища школа, 1969. - 540 с. 6. Речкалов В.Г. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Челябинск: ИИУМЦ "Образование", 2008. - 140 с. 7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988 – 550 с. 8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для науч-1968, - 720 ных работников и инженеров. М: Наука, С. 9. Хьюбел Д. Глаз мозг, зрение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 239 с. 10. Шовгенюк М.В. Новий кольоровий простір ICaS на основі перетворення Хартлі // Препринт ІФКС НАН України, 2009. 11. Капд Н. R. Computational Color Technology // The International Society for Optical Engineering, 2006 - 506 s.: http://books.google.com/books.id.