УДК 539.374

© Б. Гайвась[27], 2011

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СТІЙКОСТІ ФОРМИ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН В ПРОЦЕСІ ОСУШЕННЯ

Сформульовано задачу стійкості плоскої форми рівноваги прямокутної пористої ортотропної пластини в процесі сушіння при умові, що визначено розв'язок задачі тепломасоперенесення з врахуванням руху межі фазового переходу. Побудовано характеристичне рівняння для встановлення критичної комбінації параметрів, спричинених до дівіргентної втрати стійкості пластини, опертої на пружні ребра жорсткості.

Stability problem of flat form of rectangular porous plate equilibrium under drying is formulated on condition that the solution of heat and mass transfer problem is certained with taking into account motion of phase transition border. The characteristic equation for determine the critic combination of parameters that are the consequence of divergent loss of plate stability is constructed. The plate is rest on elastic edges of rigidity.

1. ВСТУП

Важливою технологічною властивістю матеріалу тіла є збереження форми в процесі осушення. Теорія сушіння вологих матеріалів базується на науці про тепломасообмін при фазових перетвореннях [1]. Задачам термостійкості суцільних пластин присв'ячені роботи Кабанова В. В., Огібалова П. М., Грибанова В. Ф. [2], Вольмира А. С. [3], Тимошенка С. П. [4]. Стійкість неоднорідних пластин вивчалась також в роботах Гузя О. М [5], Хорошуна Л. П. [6]. **С**тійкість форми пластин в процесі осушення досліджувалась в [7-9] .

Задачі стійкості форми ортотропних пластин в процесі осушення мають практичне значення, оскільки втрата заданої форми рівноваги вказує на неефективність осушення пористого матеріалу.

В постановці задачі формостійкості температура і вологовміст визначаються з розв'язку задачі вологоперенесення, або спряженої задачі тепловологоперенесення [7-9].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ПОБУДОВА ВИЗНАЧАЮЧИХ СПІВВІДНОШЕНЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ФОРМИ

Задача термовологостійкості при осушенні полягає в наступному. В вологій пористій пластині заданої форми, із-за нерівномірного розподілу температури та вологовмісту, за рахунок самоврівноваження

[27] Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. Підстригача НАН України

напружень, виникають області стиску, де можливе випучування. Поява випучених участків веде до зменшення здатності пластини нести прикладені навантаження і до втрати якості. Важливо знати найменше значення критичної температури, вологовмісту або зовнішнього навантаження, при яких відбувається розвітвлення форм рівноваги. Розглядається стійкість вологої ортотропної пластини товщини $2L_0$ в процесі осушення.

Приймемо модель циліндричних капілярів пористого матеріалу. Вважаємо справедливою гіпотезу про поглиблення границі фазового переходу при осушенні тіла. За компоненти напружено-деформованого стану приймемо компоненти усередненого напружено-деформованого стану пористого тіла.

Узагальнений закон Гука для ортотропного тіла у випадку плоского напруженого стану запишемо у вигляді

$$e_x = \frac{1}{E_1(W,T)}\sigma_x - \frac{\nu_2}{E_2(W,T)}\sigma_y + \alpha_1(T,W)(T-T_0) + \beta_1(T,W)(W-W_0),$$

$$e_y = \frac{1}{E_2(W,T)}\sigma_y - \frac{\nu_1}{E_2(W,T)}\sigma_x + \alpha_2(T,W)(T-T_0) + \beta_2(T,W)(W-W_0),$$

$$e_{xy} = \frac{1}{G(W,T)}\sigma_{xy}. \qquad (1)$$

Тут e_x, e_y, e_{xy} - компоненти сумарної деформації; σ_x, σ_y, σ_{xy} -компоненти пружного напруженого стану; E_1, E_2 - модулі пружності в напрямку осей ox, oy; W, W_0 - вологовміст і T, T_0 - температура в актуальний та початковий моменти; ν_1 - коефіцієнт поперечного стиску в напрямку oy при розтягу в напрямку ox; ν_2 - коефіцієнт поперечного стиску в напрямку ox при розтягу в напрямку oy; α_1, α_2 -коефіцієнти лінійного температурного розширення в напрямку осей ox, oy; β_1, β_2 - коефіцієнти усадки в напрямку осей ox, oy, відповідно. Між характеристиками E_1, E_2, ν_1, ν_2 має місце залежність $E_1\nu_2 = E_2\nu_1$, G - модуль зсуву.

Розв'язавши співвідношення (1) відносно напружень, отримаємо

$$\sigma_x = \frac{E_1(W,T)}{1-\nu_1\nu_2}\left\{e_x + \nu_2 e_y - \alpha_1^*(T-T_0) - \beta_1^*(W-W_0)\right\},$$

$$\sigma_y=\frac{E_2(W,T)}{1-\nu_1\nu_2}\left\{e_y+\nu_1 e_x-\alpha_2^*(T-T_0)\ -\beta_2^*(W-W_0)\right\},$$

$\sigma_{xy}=G(W,T)e_{xy}$; де $\alpha_1^*=(\alpha_1+\nu_2\alpha_2)$, $\beta_1^*=(\beta_1+\nu_2\beta_2)$,

$$\alpha_2^*=(\alpha_2+\nu_1\alpha_1),\beta_2^*=(\beta_2+\nu_1\beta_1). \qquad (2)$$

Деформації видовжень і зсуви серединної поверхні запишемо у вигляді [2]:

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2,\ \varepsilon_y=\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2,\ \varepsilon_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}.$$

Кривизни $\kappa_x=-\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}$, $\kappa_y=-\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}$, $\kappa_{xy}=-\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}$. Деформації шару, який розміщений на віддалі z від серединної поверхні, $e_x=\varepsilon_x+z\kappa_x$, $e_y=\varepsilon_y+z\kappa_y$, $e_{xy}=\varepsilon_{xy}+2z\kappa_{xy}$, u,v - переміщення в площині пластини, w - прогин. В геометрично лінійній постановці рівняння (2) статично еквівалентні пружним зусиллям N_{11}, N_{22}, N_{12} та моментам M_{11}, M_{22}, M_{12}

$$N_{11}=B_{11}(x,y)\varepsilon_x+B_{12}(x,y)\varepsilon_y+A_{11}(x,y)\kappa_x+A_{12}(x,y)\kappa_y-N_{1TW}(x,y),$$
$$N_{22}=B_{12}(x,y)\varepsilon_x+B_{22}(x,y)\varepsilon_y+A_{12}(x,y)\kappa_x+A_{22}(x,y)\kappa_y-N_{2TW}(x,y),$$
$$N_{12}=B_{33}(x,y)\varepsilon_{xy}+2A_{33}(x,y)\kappa_{xy}, \qquad (3)$$
$$M_{11}=D_{11}(x,y)\kappa_x+D_{12}(x,y)\kappa_y+A_{11}(x,y)\varepsilon_x+A_{12}(x,y)\varepsilon_y-M_{1TW}(x,y),$$
$$M_{22}=D_{12}(x,y)\kappa_x+D_{22}(x,y)\kappa_y+A_{12}(x,y)\varepsilon_x+A_{22}(x,y)\varepsilon_y-M_{2TW}(x,y),$$
$$M_{12}=2D_{33}(x,y)\kappa_{xy}+A_{33}(x,y)\varepsilon_{xy}. \qquad (4)$$

де $B_{11}=\dfrac{1}{1-\nu_1\nu_2}\displaystyle\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)dz$, $\quad A_{11}=\dfrac{1}{1-\nu_1\nu_2}\displaystyle\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)zdz$,

$$B_{22}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_2(T,W)dz=\frac{\nu_2}{\nu_1(1-\nu_1\nu_2)}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)dz,$$

$$B_{12}=\frac{\nu_2}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)dz\ ,B_{33}\ =\int_{-L_0}^{L_0}G(T,W)dz\,,$$

$$A_{12}=\frac{\nu_2}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)zdz\ ,\ A_{22}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_2(T,W)zdz\ ,$$

$$A_{33}=\int_{-L_0}^{L_0}G(T,W)zdz\ ,\ D_{11}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)z^2dz,\ D_{33}=\int_{-L_0}^{L_0}G(T,W)z^2dz,$$

$$D_{12}=\frac{\nu_2}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)z^2dz\ ,\ D_{22}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_2(T,W)z^2dz\ ,$$

$$N_{1TW}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)\{\alpha_1^*(T(x,y,z)-T_0)+\beta_1^*(W(x,y,z)-W_0)\}dz\ ,$$

$$N_{2TW}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_2(T,W)\{\alpha_2^*(T(x,y,z)-T_0)+\beta_2^*(W(x,y,z)-W_0)\}dz\ , \quad (5)$$

$$M_{1TW}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)\{\alpha_1^*(T(x,y,z)-T_0)+\beta_1^*(W(x,y,z)-W_0)\}zdz\ ,$$

$$M_{2TW}=\frac{1}{1-\nu_1\nu_2}\int_{-L_0}^{L_0}E_2(T,W)\{\alpha_2^*(T(x,y,z)-T_0)+\beta_2^*(W(x,y,z)-W_0)\}zdz, \quad (6)$$

Якщо початкову поверхню $z_0(x,y)$, яка відраховується від серединної, вибрати так, щоб $\int_{-L_0}^{L_0}E_1(T,W)(z-z_0)dz=0$, то $A_{11}=A_{22}=A_{12}=0$ і зусилля і моменти матимуть вигляд (5), (6), в яких z треба замінити на $z-z_0$. Тоді компоненти деформацій визначаться через зусилля так:

$$\varepsilon_x=\left[\frac{B_{22}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}(N_{11}+N_{1TW})\right]-\left[\frac{B_{12}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}(N_{22}+N_{2TW})\right],$$

$$\varepsilon_y=\left[\frac{B_{11}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}(N_{22}+N_{2TW})\right]-\left[\frac{B_{12}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}(N_{11}+N_{1TW})\right]$$

$$\varepsilon_{xy}=\frac{1}{B_{33}}N_{12}+2\frac{A_{33}}{B_{33}}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \quad (7)$$

В геометрично нелінійній постановці рівняння сумісності деформацій з врахуванням (7) приймуть вигляд

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\frac{B_{22}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}\left(N_{11}+N_{1TW}\right)\right]-\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\frac{B_{12}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}\left(N_{22}+N_{2TW}\right)\right]+$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{B_{11}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}\left(N_{22}+N_{2TW}\right)\right]-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{B_{12}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}\left(N_{11}+N_{1TW}\right)\right]-$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left[\frac{1}{B_{33}}N_{12}\right]=2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\frac{A_{33}}{B_{33}}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \qquad (8)$$

а рівняння рівноваги при згині

$$\frac{\partial N_{11}}{\partial x}+\frac{\partial N_{12}}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial N_{12}}{\partial x}+\frac{\partial N_{22}}{\partial y}=0, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x}+\frac{\partial Q_2}{\partial y}=-N_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-2N_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-N_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x}+\frac{\partial M_{12}}{\partial y}=Q_1; \qquad \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial M_y}{\partial y}=Q_2. \qquad (11)$$

Тут Q_1, Q_2 - перерізуючі сили.

Якщо не враховувати зміну характеристик матеріалу (модулів пружності і коефіцієнтів лінійного розширення) від температури і вологовмісту , то B_{ij}, D_{ij} $(i, j=1,2)$ будуть сталими, а

$$A_{11}=A_{12}=A_{22}=A_{33}=0, \qquad (12)$$

$$N_{11}=\frac{E_1 2L_0}{(1-\nu_1\nu_2)}\left[\left(\varepsilon_x+\nu_2\varepsilon_y\right)-N_{1TW}\right],$$

$$N_{22}=\frac{E_2 2L_0}{(1-\nu_1\nu_2)}\left[\left(\varepsilon_y+\nu_1\varepsilon_x\right)-N_{2TW}\right], \qquad (13)$$

$$M_{11}=D_{11}\left(\kappa_x+\nu_2\kappa_y\right)-\frac{E_1(2L_0)^2}{(1-\nu_1\nu_2)}M_{1TW},$$

$$M_{22}=D_{22}\left(\kappa_y+\nu_1\kappa_x\right)-\frac{E_2(2L_0)^2}{(1-\nu_1\nu_2)}M_{2TW}, \text{ де } D_{11}=\frac{E_1(2L_0)^3}{12(1-\nu_1\nu_2)},$$

$$D_{22}=\frac{E_2(2L_0)^3}{12(1-\nu_1\nu_2)}, \ D_{33}=G\frac{2L_0^3}{3}, \ M_{12}=2\frac{G(2L_0)^3}{12}\kappa_{xy}. \qquad (14)$$

Перерізуючі сили через прогин w виражаються так

$$Q_1 = -\frac{\partial}{\partial x}\left[D_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_3\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] - \frac{E_1(2L_0)^2}{(1-\nu_1\nu_2)}\frac{\partial}{\partial x}M_{1TW},$$

$$Q_2 = -\frac{\partial}{\partial y}\left[D_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_3\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] - \frac{E_2(2L_0)^2}{(1-\nu_1\nu_2)}\frac{\partial}{\partial y}M_{2TW}. \quad (15)$$

Тут $D_{11}\nu_2 = D_{22}\nu_1$. $D_3 = (2D_{33} + \nu_2 D_{11})$ (16)

Введемо функцію напружень Φ

$$N_{11} = 2L_0\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2},\ N_{22} = 2L_0\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2},\quad N_{12} = -2L_0\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}.$$

(17)

Враховуючи (13), (17) вираз (7) можна записати

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_1}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} - \nu_1\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right) + \alpha_1 N_T + \beta_1 N_W,$$

$$\varepsilon_y == \frac{1}{E_2}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \nu_2\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right) + \alpha_2 N_T + \beta_2 N_W, \quad (18)$$

де $N_T = \frac{1}{2L_0}\int_{-L_0}^{L_0}(T - T_0)dz,\quad N_W = \frac{1}{2L_0}\int_{-L_0}^{L_0}(W - W_0)dz,$ (19)

Перші два рівняння рівноваги (10) тотожно задовольняються. Рівняння сумісності деформацій та рівняння (11) запишуться так

$$\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4} + \left(\frac{E_2}{G} - 2\nu_2\right)\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{E_2}{E_1}\frac{\partial^4\Phi}{\partial y^4} = -E_2\alpha_2\left(\frac{\partial^2 N_T}{\partial x^2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\frac{\partial^2 N_T}{\partial y^2}\right) -$$

$$-E_2\beta_2\left(\frac{\partial^2 N_W}{\partial x^2} + \frac{\beta_1}{\beta_2}\frac{\partial^2 N_W}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{2}H(w,w), \quad (20)$$

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2} + D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 2L_0 H(\Phi, w) - \frac{D_{11}}{2L_0}\alpha_1^*\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} -$$

$$-\frac{D_{22}}{2L_0}\alpha_2^*\frac{\partial^2 M_T}{\partial y^2} - \frac{D_{11}}{2L_0}\beta_1^*\frac{\partial^2 M_W}{\partial x^2} - \frac{D_{22}}{2L_0}\beta_2^*\frac{\partial^2 M_W}{\partial y^2}, \quad (21)$$

де $H(\Phi, w) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}.$

З системи (20), (21) видно, що вплив розподілу вологи і температури в процесі осушення проявляється через похідні від зусиль та моментів, викликаних нерівномірним розподілом температури та вологи.

3. ВИПУЧУВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З НЕРІВНОМІРНИМ РОЗПОДІЛОМ ВОЛОГОВМІСТУ І ТЕМПЕРАТУРИ ПО ТОВЩИНІ В ПРОЦЕСІ СУШІННЯ

Виходмо з моделі паралельних, направлених перпендикулярно до поверхонь пластини, циліндричних капілярів пористого тіла. Приймаємо гіпотезу поглиблення координати фазового переходу в процесі осушення. З розв'язку задачі тепломасоперенесення знаходимо розподіл температури та вологовмісту по товщині пористої пластини в процесі сушіння. Ці величини є функціями координати z по товщині та рухомої координати фазового переходу z_m [7].

Пластина оперта на пружні ребра, температура і вологовміст яких відмінний від температури і вологовмісту пластини. Матеріали пластини і ребер припускаються різними. Температурні і вологісні напруження виникають навіть при рівномірному нагріві панелі. Розв'язок рівняння системи (20) представимо у вигляді

$$\Phi = \frac{P_1(\kappa_m)y^2}{2} + \frac{P_2(\kappa_m)x^2}{2} \tag{22}$$

Відмітимо, що величини $P_1(\kappa_m)$, $P_2(\kappa_m)$, які представляють інтенсивність стискаючих зусиль [2], у випадку процесу сушіння пористого середовища залежать як від координати фазового переходу по товщині, так і від різниці температур та вологості між пластиною і ребрами. Врахуємо співвідношення (18) та рівність деформації пластини $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ у відповідному напрямку деформації ребер ε_{xp}, ε_{yp}. З рівностей відносного зближення країв пластини відповідним деформаціям ребер, визначимо величини σ_{xp}, σ_{yp} через P_1, P_2. Нехай a, b -довжина та ширина пластини, F_{xp}, F_{yp} - площі ребер. Тоді

$$-P_1(z_m)\frac{2L_0 b}{F_{xp}} = \sigma_{xp}, \; -P_2(z_m)\frac{2L_0 a}{F_{yp}} = \sigma_{yp}. \tag{23}$$

З рівності деформацій пластинки деформаціям ребер, отримаємо

$$\frac{P_1 - \nu_1 P_2}{E_1} + Q_{1TW} = -\frac{P_1 2L_0 b}{F_{xp} E_p} + Q_{p1TW};$$

$$\frac{P_2 - \nu_2 P_1}{E_2} + Q_{2TW} = -\frac{P_2 2L_0 a}{F_{yp} E_p} + Q_{p2TW} \,. \tag{24}$$

Тут величини $Q_{piTW} = \frac{1}{2L_0} \int_{-L_0}^{L_0} \{ \alpha_{ip}(T_{ip} - T_{0ip}) + \beta_{ip}(W_{ip} - W_{0ip}) \} dz$,

$Q_{iTW} = \frac{1}{2L_0} \int_{-L_0}^{L_0} \{ \alpha_i (T_i - T_{0i}) + \beta_i (W_i - W_{0i}) \} dz$ залежать від розподілу температури, відносної насиченості та координати фазового переходу, що, в свою чергу, визначаються з розв'язку задачі тепломасоперенесення [7,8]. З системи (24) визначимо

$$P_1(\kappa_m) = \frac{E_1}{K_x K_y - \nu_1 \nu_2} \left\{ (Q_{p1TW} - Q_{1TW}(\kappa_m)) K_y + \nu_2 (Q_{p2TW} - Q_{2TW}(\kappa_m)) \right\}$$

$$P_2(\kappa_m) = \frac{E_2}{K_x K_y - \nu_1 \nu_2} \left\{ (Q_{p2TW} - Q_{2TW}(\kappa_m)) K_x + \nu_1 (Q_{p1TW} - Q_{1TW}(\kappa_m)) \right\} \tag{25}$$

де $K_x = 1 + \frac{E_1 b 2L_0}{F_{xp} E_p}$, $K_y = 1 + \frac{E_2 a 2L_0}{F_{yp} E_p}$, $\kappa_m = \frac{z_m}{L_0}$ - безрозмірна координата фазового переходу в процесі сушіння. Для визначення прогину задовольнимо рівнянню (21). Для цього прогин $w(x, y)$ представимо у вигляді ряду $w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$, який задовольняє граничним умовам

$$w = 0\,,\ D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{E_1 (2L_0)^2 M_{1TW}}{1 - \nu_1 \nu_2} = 0 \quad \text{для } x = 0,\ x = a\,;$$

$$w = 0\,,\ D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{E_2 (2L_0)^2 M_{2TW}}{1 - \nu_1 \nu_2} = 0 \ \text{для } y = 0,\ y = b\,, \tag{26}$$

де M_{iTW} визначені за формулами (6). Моменти M_{1TW}, M_{2TW} представимо у вигляді розкладу в ряди Фур'є за синусами від аргументів $\frac{m\pi x}{a}$, $\frac{n\pi y}{b}$, і підставимо ці ряди в (21) і задовольнимо його за методом Бубнова-Гальоркіна. Отримаємо

$$\frac{w_{mn}}{2L_0}=\frac{\gamma 4\dfrac{\left[(-1)^m-1\right]\left[(-1)^n-1\right]}{\pi^2(1-\nu_1\nu_2)\left(\dfrac{mb}{a}\right)^2}\left[M_{1TW}E_1\left(\dfrac{mb}{a}\right)^2+M_{2TW}E_2n^2\right]}{F(D_1,D_2,m,n.a,b,P_1(\kappa_m),P_1(\kappa_m))}, \tag{27}$$

де $F=\left\{\dfrac{\pi^2\sqrt{D_1D_2}}{2L_0b^2}\left[\left(\dfrac{mb}{a}\right)^2\sqrt{\dfrac{D_1}{D_2}}+\dfrac{2D_3}{\sqrt{D_1D_2}}n^2+\left(\dfrac{a}{mb}\right)^2\sqrt{\dfrac{D_2}{D_1}}\right]-P(\kappa_m)\right\}=0$, (28)

$P(\kappa_m)=P_1(\kappa_m)+P_2(\kappa_m)\dfrac{n^2a^2}{m^2b^2}$, критична комбінація параметрів зусиль $P_1(\kappa_m)$, $P_2(\kappa_m)$, що визначається за формулами (25) .

Відмітимо, що в формулах (27) як вологотермічні моменти, так і зусилля в пористому тілі, містять вплив як термічного розширення, так і вологісної усадки та залежать від кінетичних параметрів (дифузії, проникливості, в'язкості вологи). З характеристичного рівняння (28), співвідношень (25) та розв'язків відповідної задачі тепловологоперенесення, які встановлюють співвідношення між температурою і відносною насиченістю вологою, визначаються значення критичних параметрів відносної насиченості або температури ортотропної пластини з пружними ребрами жорсткості.

4. ВИСНОВКИ

Сформульовано задачу стійкості та отримано характеристичне рівняння для ортотропної пластини з пружними ребрами жорсткості в процесі сушіння у вигляді (28), яке дає можливість визначити критичну різницю вологісно-теплових зусиль між пластиною і ребрами, при яких наступає втрата плоскої форми рівноваги осушуваної пластини заданих розмірів. При цьому критичні параметри відповідають тим значенням m, n, при яких вони найменші. Оскільки в пористих тілах вологісна усадка переважає над температурним розширенням, то втрата стійкості форми можлитва в місцях максимальних стискаючих вологісних напружень.

1. Лыков А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 471 с. 2. Огибалов П. М. Термоустойчивость пластин и оболочек / П. М. Огибалов, В. Ф. Грибанов. - М.: Изд-во Московского ун-та, 1968. – 519 с. 3. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. / А. С. Вольмир. – М.: Наука, 1967. – 984 с. 4. Тимошенко С П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1971. – 807 с . 5. Гузь А. Н. Динамика и устойчивость слоистых ком-

позитних материалов / А. Н. Гузь. – К.: Наукова думка, 1992. – 368 с . 6. Хорошун Л. П. Обобщенная теория неоднородных по толщине пластин и оболочек / Л. П. Хорошун, С. В. Козлов, Ю. А. Иванов, И. К. Кошевой. – К.: Наукова думка, 1988. -152 с. 7. Гайвась Б. І. Модель формостійкості пористої пластини в процесі природного осушення. / Б. І. Гайвась //Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2010. - Вип. 11. - С. 56-66. 8. Гайвась Б. І. Про напружений стан та стійкість пористої ортотропної пластини в процесі осушення. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2006. - Вип. 4. - С.12-24. 9. Гайвась Б. Напружений стан та стійкість пористих пластин при великих прогинах у процесі висихання. / Б. Гайвась, І. Гайвась // Машинознавство. – 2006. - № 9-10. – С. 43-48.