

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ АТЕВ-ФУНКЦІЙ – ЯК ПЕРСПЕКТИВНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ЗАХИСТУ ДРУКОВАНИХ ДОКУМЕНТІВ

The method of protection of printed products, which is based on the theory Ateb-functions was proposed. Ateb-development theory and features examples of the use in applied problems. were filed. A packaging with a protective grid is developed.

Запропоновано метод захисту друкованої продукції, який базується на теорії Атев-функцій. Подано розвиток теорії Атев-функцій та приклади застосування у прикладних задачах. Розроблено пакування із захисною сіткою.

1. ВСТУП

Аналітичні методи дослідження коливних процесів у лінійних системах як з одним так і з багатьма ступенями вільності на сьогоднішній день отримали відносно повну розробку [1]. Проте у строгому формулюванні майже всі задачі механіки, фізики, техніки, які пов'язані із вивченням коливань, є нелінійними, тобто математично описуються нелінійними диференціальними рівняннями. У багатьох випадках для розв'язання цих рівнянь необхідно застосовувати спеціальні функції, які є розв'язками нелінійних диференціальних рівнянь [2; 3].

2. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Проблема захисту поліграфічної продукції від підробки є актуальним завданням. Виникає необхідність постійного вдосконалення існуючих методів захисту поліграфічної продукції та розробки нових методів захисту. На сьогоднішній день для розробки захисних сіток та гільйошних елементів використовується апарат кривих Без'є. У даній статті пропонується замість кривих Без'є використати криві Атев-функцій для захисту інформації.

3. АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

На початковому етапі розвитку теорії коливань тільки в окремих випадках розглядалися нелінійні коливання. Одними із перших запропонованих математичних методів для дослідження нелінійних коливних систем близьких до лінійних були методи теорії збурень. При ви-

¹ Національний університет "Львівська політехніка"

вченні коливань розглядалися такі нелінійні моделі, які містять малий параметр і при нульовому його значенні перетворювалися у лінійні. Проте теорія збурень давала можливість досліджувати рух тіл та механічних систем тільки на невеликому інтервалі часу.

Для дослідження нелінійних систем з малим параметром Ю. А. Митропольським та П. М. Сеніком розроблений підхід знаходження розв'язків для випадку, коли незбурене рівняння має дійсний розв'язок.

Аналіз численних робіт вітчизняних і закордонних вчених, які присвятили свої наукові праці коливним процесам, що описуються системами нелінійних диференціальних рівнянь з малим параметром показує, що в основному вони присвячені дослідженню квазілінійних систем. Значно менше досліджені коливні процеси, що описуються істотно нелінійними диференціальними рівняннями [1].

Тому у подальшому широке застосування знайшли асимптотичні методи нелінійної механіки та ефективний метод усереднення, які були розроблені та знайшли свій розвиток в працях В. І. Арнольда, Н. Н. Боголюбова, К. Г. Валеєва, В. М. Волосова, В. Г. Коломійця, В. О. Кононенка, Ю. А. Митропольського, А. М. Самойленка та ін. [4]. Для побудови розв'язків системи двох диференціальних рівнянь з нелінійністю певного типу застосовуються спеціальні еліптичні функції Ляпунова, Якобі та їх узагальнення.

У шістдесятих роках минулого століття R. Rosenberg вперше визначив Ateb-функції як обернення неповних Beta-функцій [10]. Зокрема запис Ateb – це зворотня перестановка літер слова Beta. R. Rosenberg, застосувавши Ateb-функції, записав аналітичний розв'язок диференціальних рівнянь зі степеневою нелінійністю для опису коливного руху [9].

Дещо пізніше П. М. Сенік узагальнив та дослідив функціональні властивості Ateb-функцій. Введені періодичні та гіперболічні Ateb-функції застосовуються для побудови розв'язків систем нелінійних диференціальних рівнянь. При побудові розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь застосовувалася ω -методика, запропонована Ю. А. Митропольським та П. М. Сеніком [7]. Розв'язок вказаних рівнянь будувався за допомогою періодичних Ateb-функцій. П. М. Сенік застосовував розв'язки Ateb-функцій при дослідженні стаціонарних коливань в істотно нелінійних системах, які взаємодіють з джерелом енергії. Зокрема для побудови резонансних режимів застосовувалися періодичні Ateb-функції.

Вагомий внесок у розвиток теорії Ateb-функцій вніс А. М. Самойленко, засновник наукової школи з теорії багаточастотних коливань та теорії імпульсних систем [4]. Спираючись на класичні до-

сягнення попередників, він провів оригінальні й глибокі дослідження та побудував теорію збурення інваріантних тороїдальних багатовидів динамічних систем, створив нові та розвинув відомі асимптотичні методи нелінійної механіки, розробив теорію багаточастотних коливань. Його досягнення у створенні нових напрямів дослідження знайшли міжнародне визнання. У теорії диференціальних рівнянь розроблено методи асимптотичного інтегрування лінійних систем із повільнозмінними коефіцієнтами та виродженнями, завершено обґрунтування чисельно-аналітичного методу дослідження періодичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь.

У 70-х роках учень П. М. Сеника А. М. Возний вперше розклав періодичні та гіперболічні *Ateb*-функції в ряди Тейлора в околі початкового значення аргументу $\omega = 0$ при $n = 1$. А. М. Возний застосовував *Ateb*-функції для дослідження руху об'єкту із постійною масою під дією сил фронтального опору, пропорційних нелінійній швидкості руху, було розв'язано динамічну частину задачі, яка зводиться до мінімізації інтегралу [5; 6]. Розв'язок рівняння Ейлера даної варіаційної задачі виражається через гіперболічні (аперіодичні) *Ateb*-функції.

А. М. Возним розглянуте питання побудови усереднених розв'язків для істотно нелінійних систем диференціальних рівнянь. Ним були побудовані асимптотичні розв'язки нелінійних коливних систем, систем із повільно змінним параметром, а також нелінійного рівняння типу Ван-дер-Поля з малим параметром.

У 80-90 роках ХХ ст. розвиток теорії *Ateb*-функцій продовжив Сокіл Б. І. [8]. Він довів ортонормованість періодичних *Ateb*-функцій. Це дало можливість дослідити одночастотні нелінійні коливання одновимірних тіл у резонансному та нерезонансному випадках. Було досліджено поздовжні та крутильні коливання нелінійно пружних валів, стержнів при різних способах закріплення. Також досліджено одночастотні нелінійні поперечні коливання нелінійно пружних балок. Сокіл Б. І. отримав у замкнутому вигляді співвідношення, які дають змогу оцінити вплив на амплітудно-частотний процес динамічних систем з розподіленими параметрами різної природи сил, зокрема сил опору, в'язко-пружних, періодичних та інших сил. Ним також розв'язано задачі про поширення нелінійних поздовжніх та поперечних хвиль за допомогою *Ateb*-функцій.

4. ФОРМУВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Отже, створення нових методів поліграфічного захисту є актуальним і практично важливим завданням. Відомо, що існуючі методи поліграфічного захисту використовують функції Без'є для побудови графічних примітивів гільйошів та захисних сіток. Побудова принци-

пово нових методів захисту інформації спонукала до використання іншого математичного апарату. Таким апаратом у даному дослідженні є теорія *Ateb*-функцій. Розробці методу поліграфічного захисту на основі теорії *Ateb*-функцій присвячена дана стаття

5. ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Використання *Ateb*-функцій для побудови графічних примітивів захисту зумовлене рядом переваг [11], а саме:

1. Історично *Ateb*-функції уведені при дослідженні коливних процесів, тому для проблем поліграфічного захисту ніколи не використовувались, що забезпечує унікальність запропонованих методів захисту;

2. *Ateb*-функції залежать від двох раціональних параметрів, які можуть бути використані, як ключ при ідентифікації інформації, що забезпечує лаконічність ключа;

3. Аналітичні залежності *Ateb*-функцій від раціональних параметрів дають можливість будувати криві різного характеру. Вибір різних типів *Ateb*-функцій змінює поведінку кривих, та дає можливість підвищити ефективність захисту.

4. Вирази *Ateb*-функцій є достатньо складними, що не дозволяє здійснювати побудову їх графіків без спеціального математичного та програмного забезпечення;

5. Аналітичність виразів дозволяє мати єдину формулу для побудови усієї потрібної кривої та передбачити чи задана точка належатиме даній кривій, що дозволяє точніше проводити побудову захисних елементів.

Враховуючи перераховані особливості *Ateb*-функцій їх можна ефективно використовувати для захисту та приховання інформації.

4. ЗАХИСТ ПАКУВАННЯ НА ОСНОВІ АТЕВ-ФУНКЦІЙ

Серед величезного розмаїття поліграфічної продукції особливе місце займає пакування. Завдання пакування – показати специфіку продукту. Пакування яскраво представляє компанію, продукт і створює певний імідж товару.

На рис. 1 приведено зображення пакування із захисною сіткою. З метою ілюстрації роботи методу у даній статті сітку зроблено з невеликою густиною, жирною лінією та чорним кольором. А для ефективного захисту документів сітки потрібно робити з високою густиною, тонкими лініями та світлими кольорами. Розроблений метод дозволяє побудувати захисні сітки у векторному форматі, який забезпечує високу якість додрукарської підготовки пакування

Для ілюстрації роботи запропонованого методу наведено приклад макету пакування для деяких ліків. У даному прикладі макет пакування зроблено у професійній програмі для поліграфії – Adobe Illustrator, деякі елементи в Adobe Photoshop. Готовий макет упаковки збережений у форматі Post Script, який є стандартом для друку. Окремо, у форматі Post Script виконано сітку, в основі якої є графічні елементи, що виконані на основі теорії Атеб-функцій. Макет упаковки з готовою сіткою накладені один на один, що і проілюстровано на прикладі рис. 1.

Розроблено новий метод поліграфічного захисту друкованої продукції, що полягає у накладанні на документ унікальних сіток тонкої графіки. Метод базується на використанні стандартного програмного забезпечення та є простим у використанні. Його впровадження не потребує великих фінансових затрат. Використання даного методу дозволяє покращити дизайн, привабливість та унікальність поліграфічного документу. Тому представлений метод поліграфічного захисту пропонується використовувати для захисту від підробок товарів широкого вжитку, а саме, для друкування унікальних етикеток та інших видів пакування.

У представленому вигляді інформаційна технологія не має аналогів серед вітчизняних та зарубіжних програмних продуктів і може бути корисна для роботи усіх фірм, що прагнуть виділитись оригінальністю реклами чи самобутнім фірмовим логотипом. Цей програмний продукт призначено також для захисту своїх фірмових знаків від фальсифікацій.



Рис. 1. Приклад макету пакування із захисною сіткою, яка виконана на основі графічних примітивів Ateb-функції

5. ВИСНОВКИ

Запропоновано метод захисту друкованої продукції на основі теорії Ateb-функцій, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями.

Проведено аналіз численних робіт вітчизняних і закордонних вчених, які присвятили свої наукові праці коливним процесам та розвитку теорії Ateb-функцій.

Встановлено, що Ateb-функції можна ефективно використовувати для захисту друкованих документів та макетів видань.

Показано приклад захищеного пакування, що полягає у накладанні на документ унікальних сіток тонкої графіки.

1. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. — М. : Наука, 1974. — 503 с.
2. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М. : Физматлит, 2004. — 572 с.
3. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Основы теории специальных функций / А. Ф. Никифоров, В. Б. Уваров. — М. : Наука, 1974. — 304 с.
4. Самойленко А. М. Свойства периодических Ateb-функций и их применение при построении решений нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка [Препринт 84.20] / А. М. Самойленко, А. М. Возний. — К. : Институт математики АН УССР, 1984. — 51 с.
5. Сенник П. М. Численное обращение одного класса неполной Beta-функции / П. М. Сенник, А. М. Возний. // Математическая физика. — 1973. — № 14. — С. 160 – 164.
6. Сенник П. М. О табулировании периодической Ateb-функции / П. М. Сенник, А. М. Возний. // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1969. — № 12. — С. 1089 – 1092.
7. Сенник П. М. Про застосування η -методики для одного класу коливних систем / П. М. Сенник, Б. І. Сокіл. // Доп. АН УРСР. Сер. А. — 1977. — № 1. — С. 12 – 16.
8. Сокіл Б. І. Нелінійні коливання механічних систем і аналітичні методи їх досліджень: Автореф. дис. д-ра техн. наук: 05.02.09 / Національний ун-т "Львівська політехніка". — Львів, 2001. — 36 с.
9. Rosenberg R. M. On the geomtrisation of normal vibrations of nonlinear systems having of freedom / R. M. Rosenberg, C. S. Hsi. // Тр. междунар. симпозиума по нелинейн. колебаниям. — К., 1963. — Изд-во АН УССР, 1963. Т. 1. — С. 380 – 414.
10. Rosenberg R. The Ateb(h)-functions and their properties / R. Rosenberg. — Quart. Appt. Math., 1963.
11. Назаркевич М. Математичне обґрунтування теорії Ateb-функцій / М. Назаркевич. // Технічні вісті. — 2006. № 3 (24). — С. 50 – 51.