УДК 621.391
© В. Безрук[1], В. Тихонов[1], Н. Кудрявцева[1], Д. Чеботарева[1], 2012

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ТРАФИКА МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ ТРЕТЬЕГО ПОКОЛЕНИЯ

Выполнен анализ реального трафика для сети мобильной связи третьего поколения и показаны его фрактальные свойства. Предложено использовать вейвлет–преобразование и авторегрессионную модель, учитывающих фрактальность сетевого трафика, для решения задач прогнозирования трафика и планирования качества обслуживания в сети.

It was done the analysis of the mobile third generation communication network mobile real traffic and its fractal properties were shown. It is offered to use velvet–transformation and the auto regression model, describing the network traffic fractal properties, for the problems of traffic forecasting and quality of service planning in a network.

1. ВВЕДЕНИЕ

При планировании и оптимизации сети мобильной связи зачастую необходимо моделировать возможные варианты функционирования сети при изменении условий и параметров эксплуатации, в частности, при введении в эксплуатацию нового оборудования каналов связи, изменении маршрутизации трафика базовых станций, введении новых мультимедийных услуг и дополнительных сервисов. В некоторых при таких изменениях может иметь место частичная или полная остановка какого–либо сервиса, либо лавинообразный рост трафика или абонентской базы оператора. Это определяет актуальность построения соответствующих математических моделей, для чего следует использовать статистические данные, собранные в процессе функционирования сети мобильной связи с помощью автоматизированных измерительных комплексов.

Анализ и описание полученных данных о работе сети с использованием математических методов представляет собой отдельный и важный процесс обработки данных в системе поддержки операционной и бизнес деятельности операторов сотовой связи – OSS (Operation Support System), определенный международным стандартом ITU–T [1]. Задача системы OSS в данном случае состоит в том, что бы с максимальной точностью предсказать динамику изменения параметров сети, а также возможность возникновения нештатных ситуаций. Однако су-

[1]Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

ществующие системы управления сетью позволяют лишь оповестить инженерный состав о возникшей проблеме и не имеют инструмента, который бы смог оценить последствия для работы сети в случае изменения входных параметров и условий работы (состав оборудования, его конфигурация, агрессивность трафика абонентов и т.д.). Поэтому в данной ситуации актуальным является применение математических методов, позволяющих на основе накопленных данных выполнить статистическое моделирование процессов происходящих в сети. Построенные при этом математические модели должны давать возможность эффективно прогнозировать динамику изменения характеристик сети и выдавать соответствующие рекомендации и команды управления.

В данной работе выполнен анализ реального трафика для сети мобильной связи третьего поколения и показаны его фрактальные (самоподобные) свойства. Предложено использовать математическую модель сетевого трафика на основе вейвлет–преобразования, учитывающего фрактальность сетевого трафика. Рассмотрены также теоретические и практические особенности построения математической модели трафика в виде модели линейного предсказания, в частности, модели авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего с учетом нестационарности трафика, определяемой его трендом и периодической сезонной составляющей. Показано, что рассмотренные математические модели сетевого трафика могут быть использованы для решения задач прогнозирования и планирования сети мобильной связи.

2. АНАЛИЗ САМОПОДОБНОСТИ РЕАЛЬНОГО ТРАФИКА СЕТИ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

Выполнен анализ временных рядов, полученных в процессе функционирования сети мобильной связи третьего поколения на некотором интервале времени. Анализировались разные типы данных сетевого трафика: запросы на установление высокоскоростной сессии передачи данных, успешно установленные высокоскоростные сессии передачи данных, попытки установления вызова, отвеченные вызовы, проключенные вызовы, трафик передачи данных абонентов вверх и вниз, статистика передачи данных по радиосистеме на одной сектор–несущей частоте для одной базовой станции. В данной работе представлены результаты исследований по построению математических моделей и прогнозированию лишь для некоторых из полученных временных рядов.

Вначале рассмотрим результаты исследований трафика на самоподобность. Непрерывный стохастический процесс $X(t)$, считается стохастически самоподобным (фрактальным) с параметром Херста

$H\,(0.5 \le H \le 1)$, если для любого положительного числа a, процессы $X(t)$ и $a^{-H}X(at)$ будут иметь идентичные распределения, т.е. иметь одинаковые статистические свойства при всех положительных целых n [2]

$$\{X(t_1), X(t_2), ..., X(t_n)\} \overset{D}{\sim} \left\{a^{-H}X(at_1), a^{-H}X(at_2), ..., a^{-H}X(at_n)\right\}. \quad (1)$$

Отношение $\overset{D}{\sim}$ обозначает асимптотическое равенство в смысле распределения. Практически, статистическая самоподобность подразумевает, что выполняются следующие условия для математического ожидания, дисперсии и функция автокорреляции [2]:

$$M[X(t)] = \frac{M[X(at)]}{a^H}, \qquad \sigma^2[X(t)] = \frac{\sigma^2[X(at)]}{a^{2H}}, \quad R(t,\tau) = \frac{R(at, a\tau)}{a^{2H}}. \quad (2)$$

Параметр Херста H показывает “степень” самоподобности (фрактальности) процесса. Значение $H = 0.5$ показывает отсутствие самоподобности, а большие значения H (близкие к 1) показывают большую степень самоподобности или длительные статистические зависимости в процессе.

Анализ самоподобности реального трафика производился в сети мобильной связи Украинского оператора «X», который предоставляет услуги связи третьего поколения. Для исследования был выбран один из регионов, обслуживаемых сетью. Максимальная скорость передачи данных в форвард канале составляет 2.4 Mb/s, максимальный объем обслуживаемой речевой нагрузки в регионе на момент проведения измерений составлял порядка 600 Erl в сутки.

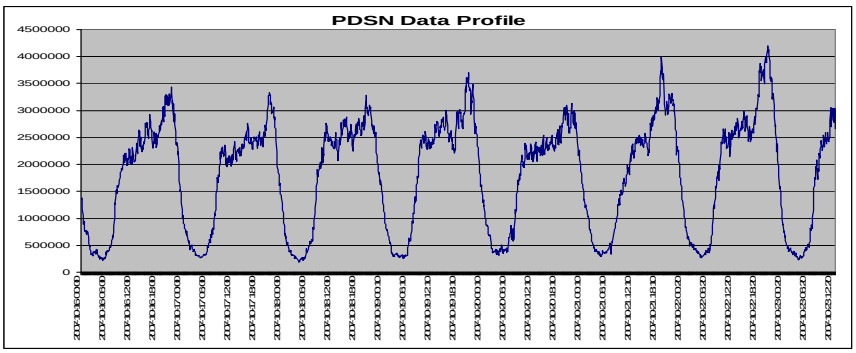
Данные по речевому трафику обрабатывались за период два месяца, 24 часа в сутки с интервалом 30 минут. Данные по трафику передачи данных собирались в течении одного месяца, 24 часа в сутки с интервалом 5 минут. Фрагменты профайлов этих трафиков приведены соответственно на рис. 1.

Для проверки самоподобности реального трафика использовался метод абсолютных моментов [2]. В данном методе исходная последовательность данных длинной N разделялась на блоки с длиной m. Для каждого блока рассчитывался n –й момент

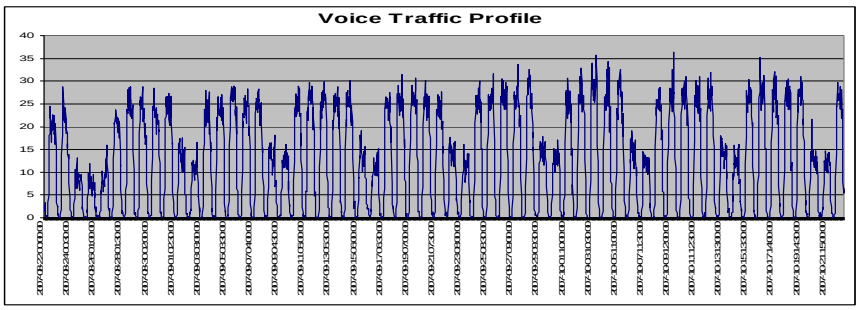
$$AM_n^{(m)} = \frac{1}{N/m}\sum_{k=1}^{N/m}\left|X^{(m)}(k) - \overline{X}\right|^n, \quad (3)$$

где $X^{(m)}(k) = \frac{1}{m}\sum_{i=(k-1)m+1}^{km} X_i, \quad k = 1,2, ..., [N/m]$, (4)

$\overline{X}$ – математическое ожидание для всей последовательности.



а)



б)

Рис. 1. Фрагмент профайла трафика передачи а) – данных, б) – речи

Далее строился график зависимости средних значений (дисперсий) абсолютных моментов для последовательности от *m*. С помощью полученных данных построена аппроксимирующая прямая по методу минимального среднеквадратического отклонения от экспериментальных данных. Получившийся наклон линии равен β. С помощью β найден параметр $H = 1 - |\beta|$. Если исследуемая последовательность – это не процесс с медленно изменяющейся зависимостью, то $H = 0.5$ и наклон апроксимационной линии будет равен $\beta = 0.5$. Если процесс самоподобен, тогда $0.5 \le H \le 1$ и наклон линии β будет меньше чем 0.5.

Получены зависимости дисперсии от *m* и был определен параметр Херста для каждого профайла трафика. Значения параметра Херста,

рассчитанные с помощью метода абсолютных моментов, равнялись 0.84 (для профайла данных) и 0,96 (для профайла речи). Это дает основание сделать выводы о самоподобности (фрактальности) трафиков передачи данных и речи в рассмотренной сети мобильной связи третьего поколения.

3. ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ТРАФИКА НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ–ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

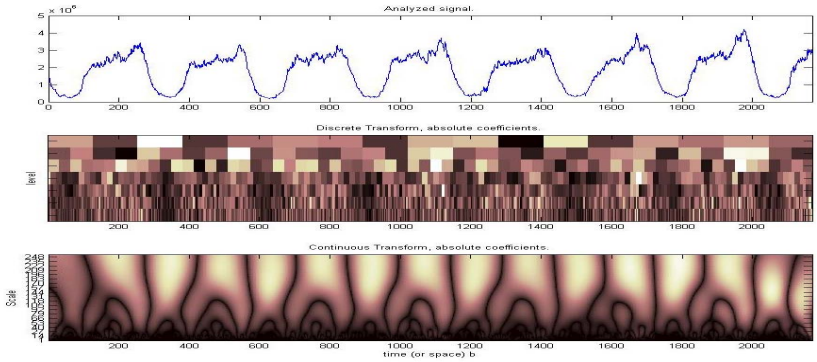
Проведены также исследования свойств самоподобности сетевого трафика методом вейвлет–анализа [2]. Принцип, положенный в основу вейвлет–анализа, это так называемый многомасштабный анализ, который заключается в разложении последовательности $x(t)$ на грубую (низкочастотную) аппроксимацию и мелкие (высокочастотные) детали

$$x(t) = \sum_k u_{jk} \phi_{J,k}(t) + \sum_{j=J_0}^{\infty} \sum_k w_{jk} \psi_{j,k}(t). \qquad (5)$$

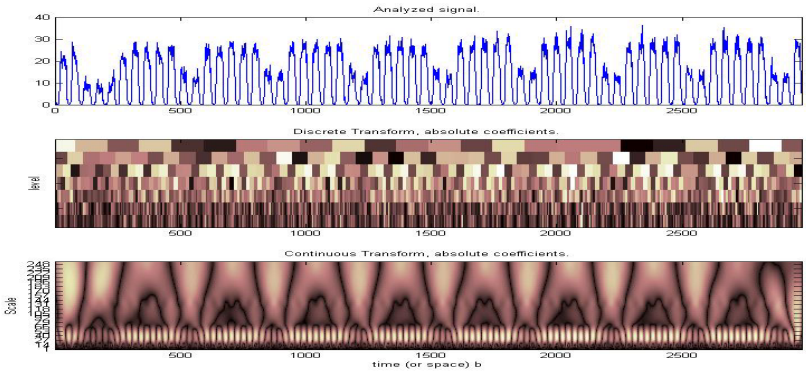
Базисные функции образуют ортонормированный базис из сдвинутых и расширенных скейлинг функций и вейвлет–функций. На практике обычно работают с дискретным или конечным представлением процесса $x(t)$, заменяя полубесконечную сумму суммой на конечном числе масштабов $0 \le j \le n-1,\ n \in Z$. Вейвлет–преобразование состоит в нахождении коэффициентов разложения $\{ w_{jk}, j = 1, ..., J,\ k \in Z \}$ и $\{ u_{jk}, k \in Z \}$.

Переход от высокого разрешения к более низкому приводит к деталям на больших временных масштабах. В частотной области это может интерпретироваться как полосовая фильтрация, переходящая от высоких к низким частотам с постоянной относительной полосой пропускания. При таком представлении k отражает пространственное расположение анализа, а j указывает на масштаб или разрешение анализа. Большее j соответствует большему разрешению, $j = 0$ отражает самый грубый масштаб или самое низкое разрешение анализа.

Полученные результаты вейвлет–анализа для профайлов передачи данных и речи. приведены на рис. 2. Анализ изображений коэффициентов вейвлет–преобразования позволяет судить о фрактальных свойствах исследуемых реальных трафиков в сети. Дисперсии вейвлет–коэффициентов затухают с масштабом в соответствии со степенным законом для параметра H. Это степенное затухание, совместно с декорреляцией вейвлет–коэффициентов, приводит к быстрым устойчивым алгоритмам их оценивания.



а



б

Рис. 2. Результаты вейвлет–анализа для профайлов передачи:
а) данных, б) речи

Полученные результаты исследований реального трафика передачи данных и речи позволяет сделать следующие выводы:

– Трафик передачи данных и речевой трафик в сети мобильной связи третьего поколения достаточно хорошо описываются самоподобными процессами, о чем свидетельствуют полученные значения параметра Херста и характерные особенности вейвлет–коэффициентов.

– Эффект самоподобности трафика проявляется в широком диапазоне времени: от нескольких часов до нескольких месяцев.

Рассмотрим некоторые особенности математического моделирования трафика сети мобильной связи на основе вейвлет–преобразования. Воспользуемся при моделировании известным методом ортогональных разложений случайных процессов [4].

Вейвлет–преобразование выступает в качестве некоторого эквивалента декоррелирующего ортогонального разложения Карунена–Лоэва самоподобных процессов с долговременной зависимостью. Моделирование этих процессов в вейвлет–области более эффективно, чем во временной области. Эти процессы могут быть смоделированы на основе обратного вейвлет–преобразования. Вейвлет–коэффициенты могут быть получены как независимые гаусовские случайные величины с нулевым средним и с гауссовым распределением в пределах масштаба $W_{jk} \sim N\left(0;\, \sigma_j^2\right)$, где σ_j^2 дисперсии вейвлет–коэффициентов.

В результате моделирование сетевого трафика может быть выполнено согласно следующего алгоритма:

Выбираются $N = 2^k$ наблюдаемых значений реального сетевого трафика.

Вычисляются вейвлет–коэффициенты для этих данных.

Вычисляются дисперсии вейвлет–коэффициентов σ_j^2 для каждого j –го масштаба.

Простым стохастичесим процессом гаусовского типа моделируются новые значения вейвлет–коэффициентов.

С применением обратного вейвлет–преобразования получаются отсчеты трафика во временной области для последующих моментов времени.

Предложенный алгоритм моделирования сетевого трафика на основе вейвлет–преобразования может быть использован для прогнозирования трафика и перспективного планирования в сетях мобильной связи третьего поколения.

4. ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ТРАФИКА В ВИДЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

В работе выполнен предварительный анализ передачи данных вниз в сети сотовой связи связи третьего поколения за 222 суток, полученных последовательно за каждые 30 минут суток. Анализ показывает, что они имеют нестационарность в виде тренда и две сезонные составляющие (рис. 3). В данных ярко выражена сезонная составляющая, связанная с суточной периодичностью интенсивности переговоров. Наблюдается также устойчивая сезонная составляющая с недельным периодом. Растущий тренд интенсивности переговоров хорошо заметен на графике просуммированных за каждые сутки трафика передачи данных (рис. 4). Однако в целом тренд неоднороден, т.к. в нем присутствуют участки с разной скоростью роста и даже спада. Другие типы передаваемых данных в сети имеют подобные характеристики.

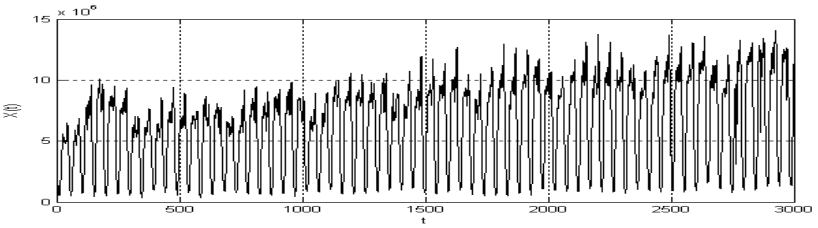


Рис. 3. Трафик передачи данных вниз

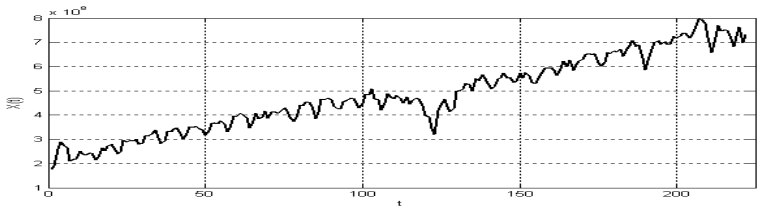


Рис. 4. Трафик передачи данных, просуммированных за каждые сутки

Анализ прогнозируемых данных и их статистических характеристик показал, что рационально использовать модель линейного предсказания. Для синтеза модели линейного предсказания интерес представляют статистические характеристики коррелированных стационарных данных, характеризующих функционирование сети. Однако анализ этих данных затруднен наличием сезонных колебаний процесса и трендом. Внутрисуточные колебания интенсивности приводят к тому, что корреляционная функция процесса описывает в основном сезонные колебания и тренд. Для получения модели стационарного процесса необходимо вначале устранить тренд и сезонные колебания. Затем полная модель нестационарного процесса, которая затем будет использоваться для прогнозирования, мультипликативно включает модели стационарной, трендовой и сезонной составляющих.

Для прогнозирования таких нестационарных случайных процессов успешно применяется модель линейного предсказания [3]. Для таких процессов вначале можно удалить тренд с помощью взятия d–кратной разности отсчетов процесса. Эта операция эквивалентна взятию d–й производной от значений случайного процесса. После удаления тренда процесса его *d*–я производная становится стационарной и ее можно анализировать методами, применяемыми для стационарных моделей линейного предсказания. Известны также методы построения моделей

и прогнозирования нестационарных процессов при наличии сезонных колебаний с некоторым периодом. Эти методы основаны на применении оператор взятия разности значений процесса. В целом такие нестационарные процессы описываются моделями авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) [3]. Для построения таких моделей этого следует определить разностное уравнение, системную функцию, найти параметры модели и импульсную характеристику.

Рассмотрим особенности описания полученных нестационарных данных, характеризующих функционирование сети мобильной связи третьего поколения, с использованием математической модели АРПСС. С целью исключения сезонной составляющей применяется упрощающий оператор взятия разности $\nabla_s = 1 - z^{-s}$, где z^{-s} – оператор сдвига, действие которого определяется выражением $z^{-s}x[t] = x[t-s]$. Так как прогнозируемые данные представляют собой значения интенсивности за каждые 30 минут, то для исключения внутрисуточных колебаний нужно выбрать $s = 48$, т.е. сдвиг равный количеству отсчетов за одни сутки. После действия оператора ∇_s на исходный процесс получаем новый случайный процесс $\omega_1[t]$ без внутрисуточных колебаний

$$\omega_1[t] = \nabla_s x[t] = x[t] - x[t-48]. \tag{5}$$

Для устранения тренда используется метод, применяемый для синтеза нестационарных моделей АРПСС [3], основанный на применении к случайным процессам оператора взятия разности

$$\omega[t] = \nabla^d x[t] = (1-z)^d x[t], \tag{6}$$

где d − порядок стационарных приращений процесса.

Для линейного тренда полагается d=1, а для квадратичного тренда необходимо брать d=2. Заметим, что для нестационарных процессов с произвольным законом изменения тренда применение этого метода дает существенные погрешности прогноза. Для линейных участков тренда (рис. 4) выбрано d=1 и из (5) с учетом (6) получено

$$\omega_2[t] = \nabla\omega_1[t] = \omega_1[t] - \omega_1[t-1]. \tag{7}$$

Исключение из нестационарного процесса сезонной составляющей и тренда позволяет получить модель линейного предсказания стационарного процесса. На графике корреляционной функции такого процесса (рис. 5а) видно, что в процессе присутствуют значимые корреляции для малых сдвигов времени. Кроме этого, вблизи сдвига 48 отсчетов наблюдаются отрицательные значения корреляции. Анализ корреляционной функции при больших сдвигах указывает на цикличность

корреляционной функции, которая наблюдается для сдвига равного недельному интервалу $T_i = 48 \times 7$ дней $= 366$ отсчетов. При долгосрочном прогнозе для устранения этой сезонной составляющей можно использовать упрощающий оператор ∇_S, где $s = 336$.

Для сезонных процессов с трендом существует проблема выбора подходящей модели из множества возможных. Как показали исследования, для анализируемых данных при краткосрочном прогнозе нестационарная модель, соответствующая корреляционной функции (рис. 5а), имеет вид

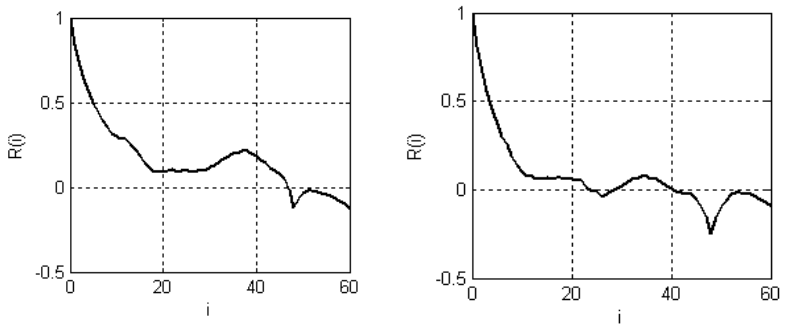
$$(1 - z^{48})(1 - \Phi z)x[t] = a[t], \tag{8}$$

где Φ – коэффициент модели авторегрессии (АР) первого порядка стационарного процесса $\omega_2[t]$. Тогда сезонная модель описывается разностным уравнением

$$x[t] = \Phi x[t-1] + x[t-48] - \Phi x[t-49] + a[t]. \tag{9}$$

Выражение для расчета коэффициента Φ получено в виде

$$\Phi = \frac{R[47] - R[1]}{R[48] - R[0]}.$$



а *б*

Рис. 5. Корреляционная функция процесса $\omega_2[t]$ трафика передачи данных абонентов вниз: а – для данных без предварительного логарифмирования, б– для логарифмов данных

В ряде случаев для анализа временных рядов, а также при решении задачи прогнозирования, применяется предварительное нелинейное преобразование данных. В данной работе моделирование и прогнозирование проводилось как по исходным данным, так и по их нелинейно преобразованным значениям с помощью логарифмического преобразования. Заметим, что применяемое нелинейное преобразование уме-

ньшает разброс данных для больших интенсивностей трафика, но увеличивает разброс данных при низких интенсивностях. На графике корреляционной функции прологарифмированного процесса $x[t]$, представленной на рис. 3б, видно, что уменьшились колебания корреляционной функции относительно нулевой линии, а при сдвиге 48 ее значения стали более значимы. Для такой корреляционной функции можно применить более точную модель АР первого порядка.

5. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТРАФИКА СЕТИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

Рассмотрим особенности прогнозирования трафика сети мобильной связи на основе модели линейного предсказания. Прогноз с использованием разностного уравнения получают с минимальной среднеквадратической ошибкой на момент t с упреждением на l. Такой прогноз $\hat{x}[t+i]$ есть условное математическое ожидание процесса $x[t+l]$ в момент t при условии, что все отсчеты $x[t]$ до момента t известны.

Разностное уравнение, применяемое для прогноза на момент t на l шагов, следует из (8)

$$x[t+l] = \Phi x[t+l-1] + x[t+l-48] - \Phi x[t+l-49] + a[t]\ . \quad (10)$$

Краткосрочный прогноз на упреждение l получаем как условное математическое ожидание от (10). Выражения для прогноза для разных упреждений l принимают вид:

$$\begin{aligned}
&\hat{x}[t+1] = \Phi x[t] + x[t-47] - \Phi x[t-48]\ ,\ l=1\ ,\\
&\hat{x}[t+l] = \Phi \hat{x}[t+l-1] + x[t+l-48] - \Phi x[t+l-49],\quad 2 \le l \le 48, \quad (11)\\
&\hat{x}[t+49] = \Phi \hat{x}[t+48] + \hat{x}[t+1] - \Phi x[t],\quad l=49,\\
&\hat{x}[t+l] = \Phi \hat{x}[t+l-1] + \hat{x}[t+l-48] - \Phi \hat{x}[t+l-49],\quad l>49.
\end{aligned}$$

Формулы для коррекции и дисперсии ошибки прогноза выражаются через импульсную характеристику линейной системы, описываемой разностным уравнением (11). Процесс на выходе линейной системы с импульсной характеристикой $h[i]$ может быть представлен в виде свертки

$$x[t] = h(z)a[t] = \sum_{i=0}^{\infty} h[i]a[t-i]. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (8), можно получить выражения для вычисления импульсной характеристики линейной системы.

Ошибка прогноза для упреждения l определяется выражением [3]

$$e[t+l] = a[t+l] + h[1]a[t+l-1] + \ldots + h[l-1]a[t+1]. \qquad (13)$$

Прогноз будет несмещенный, так как условное математическое ожидание ошибки прогноза удовлетворяет равенству $\hat{e}[t+l] = 0$. Дисперсия ошибки прогноза находится из (13)

$$D_e(l) = \left(1 + h^2[1] + h^2[2] + \ldots + h^2[l-1]\right)D_a,$$

где D_a – дисперсия ошибки предсказания.

При доверительной вероятности $1-\varepsilon$, интервальная оценка прогноза $\hat{x}[t+l]$ определяется соотношением [2]

$$\hat{x}[t+l](\pm) = \hat{x}[t+l] \pm u_{1-\varepsilon/2}\left(1 + \sum_{i=1}^{l-1} h_i^2\right)^{1/2} \sigma_a,$$

где σ_a – среднеквадратическая ошибка предсказания, $u_{1-\varepsilon/2}$ – квантиль нормального распределения уровня значимости ε.

Ниже для иллюстрации представлены некоторые результаты краткосрочных прогнозов данных о функционировании сети мобильной связи с учетом сезонной составляющей с периодом 48 отсчетов. На рис. 6 представлены графики прогнозов прологарифмированной выборки данных трафика передачи данных вниз. Для прогноза использовались модели АР первого порядка с коэффициентом $\Phi = 0{,}7728$. Прогнозы с использованием предварительного нелинейного предсказания более точны в наиболее интересной области – при высокой интенсивности трафика. Неточности прогноза в области низкой интенсивности также могут дать существенный вклад в дисперсию погрешности прогноза.

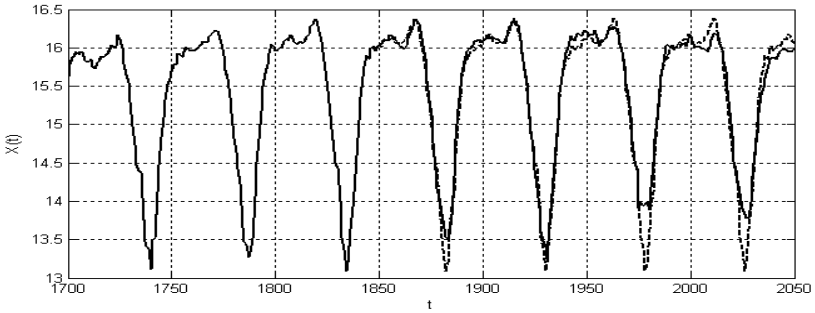


Рис. 6. Прогнозирование прологарифмированной выборки данных трафика передачи данных

Как отмечалось выше, кроме суточного цикла, в данных присутствует недельный цикл. Поэтому рационально построить модель линейного предсказания недельных данных и получить среднесрочный прогноз на несколько недель вперед. Если на этом интервале трендом данных можно пренебречь, то можно использовать модель

$$(1-z^{336})(1-\Phi z)x[t]=a[t].$$

Из этого уравнения следует, что разностное уравнение, применяемое для прогноза на момент t на l шагов имеет вид

$$x[t+l]=\Phi x[t+l-1]+x[t+l-336]-\Phi x[t+l-337]+a[t]. \qquad (14)$$

Выражение для расчета коэффициента АР получается из (14) в виде

$$\Phi=\frac{R[0]-R[335]}{R[0]-R[336]}.$$

Ниже приведены результаты исследований точности прогноза от положения начального цикла прогноза. Интервал прогноза составлял 672 отсчета (2 недели), а корреляционная функция рассчитывалась по предшествующим 200 отсчетам. На рис. 7 показана зависимость дисперсии ошибки прогноза при сдвиге начала прогноза на сутки (48 отсчетов). На дисперсию ошибки среднесрочного прогноза оказывает влияние неустойчивого тренда. Поэтому дисперсия ошибки вначале растет, а потом падает.

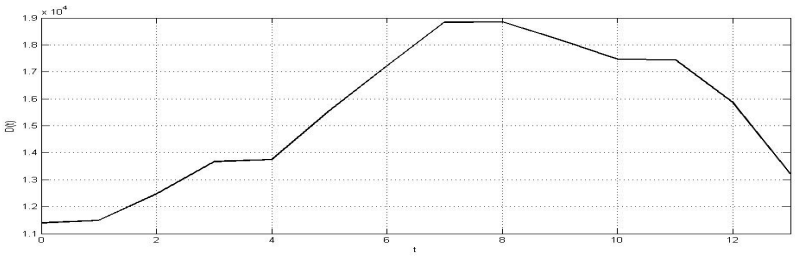


Рис. 7. Изменение дисперсии прогноза данных на 2 недели вперед в зависимости от начала прогноза

6. ВЫВОДЫ

Проведен статистический анализ реальных данных о функционировании сети мобильной связи третьего поколения и показаны фрактальные свойства сетевого трафика.

Предложена математическая модель сетевого трафика на основе вейвлет–преобразования.

На основе результатов анализа реальных данных проведено обоснование и выбор математической модели сетевого трафика в виде модели авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего.

С использованием реальных данных исследованы практические особенности краткосрочного и долгосрочного прогнозирования трафика на основе построенных моделей линейного предсказания.

Предложенные математические модели сетевого трафика могут быть использованы для моделирования и прогнозирования трафика с целью эффективного управления и оптимизации ресурсов в процессе функционировании сети мобильной связи третьего поколения.

1. Тихвинский В.О. Управление и качество услуг в сетях GPRS/UMTS / В.О. Тихвинский, С.В. Терентьев. – М.: ЭкоТрендз, 2007. 2. Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: Радиотехника, 2003. 3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: Пер. с. англ. – М.: Мир, 1974. 3. Безрук В.М. Векторна оптимізація та статистичне моделювання в автоматизованому проектуванні систем зв'язку. – Харків: ХНУРЕ, 2002. 4. Боровиков В.П., Ивченко Г.И. Прогнозирование в системе STATISTIKA в среде Windows. – М.: Финансы и статистика, 1999.