УДК 621.395
© А. Ложковський[1], Є. Куліш[2], В. Гордієнко[2], 2012

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМУТАТОРА МУЛЬТИСЕРВІСНИХ МЕРЕЖ ЗВ'ЯЗКУ ТА ДІАПАЗОН ЇЇ ФУКЦІОНУВАННЯ

Розроблено математичну модель комутатора мультисервісних мереж зв'язку, з формул якої стає можливим оцінити область використання системи інтеграції заявок в порядку їх надходження та систем інтеграції за абсолютним пріоритетом заявок.

The mathematical model of the multiservice comunication networks switch developed, the evaluation of system applications integration is possible according to receiving and system integration by absolutr priority of the claims.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Вибір методу маршрутизації в мультисервісній мережі припускає дослідження процесу функціонування мережі в різних режимах. Побудова єдиної універсальної математичної моделі для цієї мети, як аналітичної, так і імітаційної, є практично нерозв'язним завданням [1, 2]: у першому випадку через громіздкість, складність і неможливість практичного застосування одержуваних формул, а в другому – через складність моделей значного часу моделювання. При цьому як у першому так і у другому випадках точність одержуваних результатів, як правило, не відповідає адекватністю моделей реальним умовам функціонування систем.

Практичним виходом у такій ситуації є декомпозиція процесів функціонування мережі й дослідження її окремих елементів та характеристик [3, 4]. Тому розробляються математичні моделі процесу обслуговування різнотипних повідомлень в мультисервісних мережах, які мають власне значення, та є проміжною ланкою для створення моделей мультисервісних мереж для різних методів маршрутизації.

Основна увага приділена апроксимаційному підходу, аналізу перехідних процесів і імітаційної моделі, що використовує зазначені методи для спрощення процесу моделювання.

Вихідними даними для побудови моделей комутаторів мультисервісних мереж слугують алгоритми їхнього функціонування при постійній і змінній довжині кадру. Маючи через різні типи вхідних пові-

[1] Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова
[2] Національна комісія, що здійснює державне регулювання у сфері зв'язку та інформатизації

домлень для обслуговування, змінну або постійну довжину кадру, рухливу або фіксовану границю між областями для комутації каналів і комутації пакетів у кадрі, розглянемо принципи побудови й основні результати для найбільш важливих моделей.

Загальний опис процесу розподілу інформації з об'єднанням технологій комутації каналів і комутації пакетів у рамках єдиної мультисервісної мережі, полягає в тому, що в систему масового обслуговування надходять два потоки повідомлень: перший становить заявки на комутацію каналів, другий – заявки на комутацію пакетів. Інтенсивність надходження заявок першого потоку λ_1 за інтенсивності обслуговування μ_1, а для другого потоку ці величини відповідно дорівнюють λ_2 і μ_2.

Сумарна пропускна здатність системи відповідає N цифровим каналам. Залежно від місця величини пропускної здатності лінії в ієрархії швидкостей передачі в мультисервісних мережах, або інакше кажучи, залежно від того є лінія абонентською, або з'єднувальною між комутаторами, можливе застосування різних математичних моделей [5-7].

Загальною характерною рисою більшості моделей комутаторів мультисервісних мереж є необхідність опису процесів спільного розподілу повідомлень за допомогою комутації каналів і пакетів, що на різних рівнях цифрової ієрархії у свою чергу організовується по різному.

Виходячи із цього можна розглядати наступні базові варіанти інтегрального розподілу заявок на комутацію каналів і комутацію пакетів:

- інтеграція на основі обслуговування в порядку надходження для одноканальної системи;
- інтеграція з абсолютним пріоритетом для одноканальної системи;
- інтеграція зі змінною границею між областями кадру для багатоканальної системи.

Останній варіант розглядається більш детально для випадку пакетної передачі мови в режимі комутації віртуальних каналів, як найбільш використовуваний у мережах комутації пакетів. Для випадків одноканальних інтегральних систем з обслуговуванням у порядку надходження та з абсолютним пріоритетом заявок на комутацію каналів є математичні моделі, побудовані з використанням марківських діаграм станів [8].

Розглянемо перші дві математичні моделі комутатора мультисервісних мереж.

2. МОДЕЛЬ ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАЯВОК У ПОРЯДКУ НАДХОДЖЕННЯ

При обслуговуванні заявок на комутацію каналів і на комутацію пакетів у порядку надходження, контролер комутатора призначає канал будь-якій заявці, як тільки вона з'явиться. Отримані заявки утворюють пуассонівські вхідні потоки із прийнятими раніше позначеннями – λ_1, μ_1, λ_2, μ_2, кількість каналів $N = 1$, вихідні результати: ймовірність блокування для заявок на комутацію каналів і час середньої затримки для пакетів.

Це означає, що за наявності одного каналу для навантаження, створюваного кожним потоком, заявки на комутацію каналів будуть блокуватися, якщо канал зайнятий, а пакети – накопичуватися у вхідній черзі. Для знаходження характеристик системи, саме, ймовірності відмов для заявок на комутатор каналів (КК) і часу затримки для заявок на комутатор пакетів (КП) необхідно знайти ймовірності станів системи.

Ймовірнісний простір станів, описуваний марківським ланцюгом, є двовимірним і визначається кількістю і з'єднань та j пакетів у системі. При $N = 1$ має місце $i = 0,1; j = 0, 1, 2,...$ у випадку нескінченної ємності накопичувача. Ймовірності станів позначені pij, можливі також переходи з одного стану в інший.

У розглянутому випадку можуть бути складені рівняння рівноваги для $i = 0$ и $i = 1$.

При $i = 0$

$$(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot p_{00} = \mu_1 \cdot p_{10} + \mu_2 \cdot p_{01}, \tag{1}$$

та

$$(\lambda_2 + \mu_2) \cdot p_{0j} = \lambda_2 \cdot p_{0,j-1} + \mu_1 \cdot p_{1j} + \mu_2 \cdot p_{0,j+1}, \quad j \geq 1. \tag{2}$$

При i = 1

$$(\mu_1 + \lambda_2) \cdot p_{10} = \lambda_1 \cdot p_{00}, \tag{3}$$

та

$$(\mu_1 + \lambda_2) \cdot p_{1j} = \lambda_2 \cdot p_{1,j-1}, \quad j \geq 1. \tag{4}$$

Для вирішенні отриманих рівнянь необхідно знайти p_{ij}. Вирішення базується на методі похідних функцій [9], або z – перетворенні

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \cdot z^n. \tag{5}$$

Оскільки $A_1 = \lambda_1 / \mu_1$, $A_2 = \lambda_2 / \mu_2$ – значення вхідних навантажень, то $\alpha = \mu_2 / \mu_1$ і у підсумку маємо:

$$p_{01} = A_2 \cdot \left[1 + \frac{A_1}{(1 + \alpha \cdot A_2)} \right] \cdot p_{00}, \tag{6}$$

$$p_{1j} = \left(\frac{\alpha \cdot A_2}{\alpha \cdot A_2 + 1} \right)^j \cdot p_{00},$$

$$p_{1j} = \left(\frac{\alpha \cdot A_2}{\alpha \cdot A_2 + 1} \right)^j \cdot \left(\frac{A_1}{\alpha \cdot A_2 + 1} \right) \cdot p_{00}. \quad (7)$$

Після застосування z – перетворення для (2) з відповідною підстановкою з виразу

$$\sum_{j=1}^{\infty} p_{0j} \cdot z^j = G_0(z) - p_{00}, \quad (8)$$

та

$$\sum_{j=1}^{\infty} p_{0,j+1} \cdot z^j = z^{-1} \cdot \left[G_0(x) - p_{00} - z \cdot p_{01} \right], \quad (9)$$

множення на z_j та сума по всім $j \geq 1$ отримаємо вираз для $G_0(z)$:

$$G_0(z) = p_{00} \cdot \frac{\left[1 + \frac{z \cdot A_1 \cdot A_2}{1 - \alpha \cdot A_2 \cdot (z - 1)} \right]}{(1 - A_2 \cdot z)}. \quad (10)$$

Невідому величину p_{00} отримаємо з нормованої умови

$$\sum_{i,j} p_{ij} = \sum_{j=0}^{\infty} p_{0j} + \sum_{j=0}^{\infty} p_{1j} = 1, \quad (11)$$

яка дорівнює

$$p_{00} = \frac{1 - A_2}{1 + A_2}. \quad (12)$$

Ймовірність блокувань для одноканального мультисервісного комутатора

$$p(A_1, A_2, 1) = 1 - p_0,$$

тобто

$$p(A_1, A_2, 1) = \frac{A_1 + A_2}{1 + A_1}. \quad (13)$$

У загальному випадку перехід з z – площини у вихідну область виходить за допомогою формули обігу (зворотного z – перетворення) [9] що має вид:

$$f_k = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot i} \cdot \oint_c F_z(z) \cdot z^{k-1} d\, z, \quad (14)$$

де c – будь-який замкнутий контур, що оточує всі особливі точки функції $F_z(z)$, зокрема будь-яка окружність $|\boldsymbol{Z}| > r_a$, де r_a – радіус, який залежить від виду розглянутої функціональної послідовності.

Середнє кількість пакетів у системі, яка знайдена за допомогою зворотного перетворення

$$E(j)=\frac{A_2}{1-A_2}+\frac{\alpha\cdot A_1\cdot A_2}{1+A_1}. \qquad (15)$$

Середній час затримки пакета, обумовлений формулою Літтла в нормованому виді

$$\mu_2 E(T)=\frac{E(j)}{A_2}=\frac{1}{1-A_2}+\frac{\alpha\cdot A_1}{1+A_1}. \qquad (16)$$

Отримані вирази для *p, E(j), E(T)*, характеризують мультисервісну систему обслуговування з обслуговуванням у порядку надходження й надалі можуть використовуватися в мережній моделі.

3. МОДЕЛЬ ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАЯВОК З АБСОЛЮТНИМ ПРІОРИТЕТОМ

Другою розглянутою системою, є система з абсолютним пріоритетом заявок на комутацію каналів потоку з інтенсивністю A_1, перед заявками – пакетами потоку з інтенсивністю A_2. У цій системі у випадку, коли заявка на комутацію каналу виявляє всі N каналів зайнятими, вона перериває обслуговування заявки – пакета, якщо така є. Остання повертається в чергу й очікує в порядку надходження звільнення каналу для завершення обслуговування. У випадку, коли всі N каналів зайняті заявками першого, тобто вищого пріоритету, отримані вимоги на КК блокуються. Як і для попереднього випадку $N = 1$, що можливо на реальній абонентській лінії.

Оскільки заявки на комутацію каналів мають абсолютний пріоритет перед комутацією пакетів, то ймовірність їхнього блокування описується *B*-формулою Ерланга [10], тобто

$$p_B(A_1, A_2, N)=\frac{\frac{A_1^N}{N!}}{\sum_{j=0}^{N}\frac{A_1^j}{j!}}, \qquad (17)$$

При $N = 1$

$$p_B(A_1, A_2, 1)=\frac{A_1}{1+A_1}. \qquad (18)$$

Розрахунок середнього часу затримки для пакетів виконується на основі марківської діаграми станів. Система рівнянь рівноваги для неї має вид:

при $j = 0$:

$$(\lambda_1+\lambda_2)\cdot p_{00}=\mu_1\cdot p_{10}+\mu_2\cdot p_{01}, \qquad (19)$$

$$(\mu_1+\lambda_2)\cdot p_{10}=\lambda_1\cdot p_{00}, \qquad (20)$$

та при $j \geq 1$:

$$(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)\cdot p_{0,j-1}=\lambda_2\cdot p_{0j}+\mu_1\cdot p_{1j}+\mu_2\cdot p_{0,j+1}, \quad (21)$$

$$(\lambda_2+\mu_1)\cdot p_{1j}=\lambda_1\cdot p_{0j}+\lambda_2\cdot p_{1,j-1}. \quad (22)$$

Рішення її досягається використанням двох похідних функцій:

$$G_i(z)=\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij}\cdot z^j, \quad i=1,2, \quad (23)$$

за умови

$$G_0(1)+G_1(1)=\sum_{ij} p_{ij}=1, \quad (24)$$

Після застосування відповідних перетворень, аналогічних першому розглянутому випадку:

$$G_1(z)=\frac{A_1\cdot G_0(z)}{1+(1-z)\cdot\alpha\cdot A_2}, \quad (25)$$

$$G_0(z)=\frac{p_{00}[1+(1-z)\alpha A_2]}{\alpha z^2 A_2^2-z(A_2+A_1A_2+\alpha A_2^2+\alpha A_2)+1+\alpha A_2}. \quad (26)$$

Тоді

$$p_{00}=\frac{1-A_2\cdot(1+A_1)}{1+A_1}=\frac{1}{1+A_1}-A_2, \quad (27)$$

Використовуючи обернене перетворення, знаходимо середній час затримки пакетів у системі з формул:

$$E(j)=\sum_{j=0}^{\infty} j\,(p_{0j}+p_{1j});$$

$$E(j)=G_0(z)+G_1(z).$$

Остаточний вираз має вид:

$$\mu_2\cdot E(T)=\frac{(1+A_1)^2+\alpha\cdot A_1}{[1-A_2\cdot(1+A_2)]\cdot(1+\rho_1)}. \quad (28)$$

3. ВИСНОВКИ

Отримані формули дають можливість оцінити область використання систем інтеграції заявок у порядку надходження та систем інтеграції з абсолютним пріоритетом заявок на комутацію каналів з $N = 1$.

Як уже було відзначено, на практиці заявки на комутатор каналів – телефонні з тривалістю обслуговування $1/\mu_1 \approx 180$ *с* за звичайної тривалості кадру $1/\mu_2 = 10$ *мс*, тобто $\alpha = (1/\mu_1)/(1/\mu_2) >> 1$. Тоді, у випадку відсутності даних, при телефонному навантаженні 0,25 Ерл ймовірність втрат $p = 25\%$, у той час як при навантаженні даних 0,25 Ерл та при тому ж телефонному навантаженні ймовірність втрат складе вже 40%.

Це справедливо й для даних: середній час затримки зростає для даного приклада в ~2 рази з появою телефонного навантаження в однолінійній системі, стосовно часу затримки даних обслуговування окремо одним каналом.

Використання другого проаналізованого варіанту інтеграції обслуговування телефонних заявок і пакетів дозволяє зменшити ймовірність блокувань для комутації каналів з одночасним збільшенням середнього часу обслуговування даних за інших рівних умов. Це відбувається насамперед через зменшення пропускної здатності СМО, що відводить для даних.

Як в першому так і у другому випадках висока ймовірність блокувань для заявок на комутацію каналів, тому як висновок варто підкреслити:

– зазначені способи об'єднання доцільно використовувати тільки на абонентських лініях з низькими значеннями (0,1 Ерл) вхідного навантаження;

– навантаження, обслуговане від абонентських ліній, формує потік, що надходить на мультисервісні комутатори, тому показники, отримані у виразах, є вихідними для формування показників вхідних потоків комутаторів і повинні бути враховані у відповідних мережних моделях.

Варіант інтеграції з рухомою границею між областями кадру дозволяє досягти більше високого коефіцієнта використання пропускної здатності й тому повинен використатися на з’єднувальних лініях. Однак математичний опис цього варіанта значно складніший, ніж розглянуто, а тому його дослідження доцільні виконувати шляхом імітаційного моделювання й включення в мережні моделі.

1. М. Шварц. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: В 2-х ч. ч.1.: Пер.с англ. – М.: Наука, 1992.-336 с. 2. М. Шварц. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: В 2-х ч. ч.2.: Пер.с англ .- М.: Наука, 1992.-272 с. 3. Жожикашвили В. А., Вишневский В. М. Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988.- 192 с. 4. Майника. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах: Пер.с англ. – М.: Мир, 1981-323с. 5. СААТИ Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения: Пер. с англ. – М. " Сов. радио, 1971. – 520 с. 6. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания : Пер. с англ. / Под ред. В.И. Неймана. – М.: Машиностроение, 1979, – 432 с. 7. Дж. Уолрэнд. Введение в теорию сетей массового обслуживания: Пер. с англ. – М.: Мир, 1993 – 336 с. 8. Дж. Риордан. Вероятностные системы обслуживания: Пер. с англ. – М.: Связь, 1966. – 184 с. 9. М. Свами, К. Тхула сираман. Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984 – 455 с. 10. Ложковський А.Г. Теория масового обслуговування в телекомунікаціях.- Одеса: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2010. – 112 с.