УДК 681.62:539.3
© Я. Коляно[1], Т. Сасс[1], 2012

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ ПЕРЕХІДНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В НЕСКІНЧЕННІЙ ПЛАСТИНІ В ПРОЦЕСІ КОНДУКТИВНОГО СУШІННЯ

На основі дослідження нестаціонарної задачі теплопровідності для нескінченної пластини (плити) пропонується підхід до вивчення в часі процесу кондуктивного (контактного) сушіння. Цей підхід може бути використаний до вивчення інших методів сушіння, а також в інших поліграфічних технологічних процесах, де використовується теплова енергія.

On the basis of non-stationary thermal conductivity task of the infinite plate, the approach to studying of conductive drying process has been suggested. This approach can be used in studying of other methods of drying, also in other printing technologic processes where thermal energy is used.

1. ВСТУП

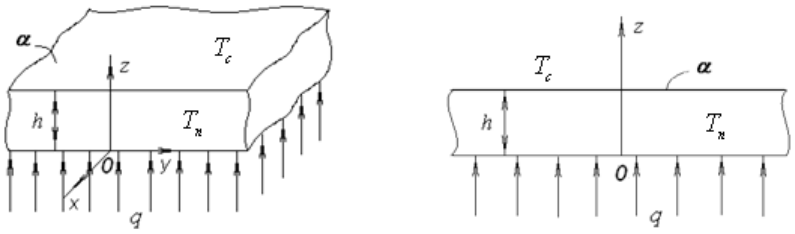
У поліграфічному виробництві існують різні методи сушіння матеріалів. Їх вибір залежить від технології обробки напівфабрикатів і виробів, а також від економічної доцільності даного методу (способу) сушіння в конкретних виробничих умовах [1, 3, 7, 13]. Згідно з математичною основою теорії сушіння, запровадженою Ликовим А.В., цей процес характеризується зміною в часі трьох основних функцій: температури, вологовмісту матеріалу, швидкості сушіння [8, 10, 6]. У даній роботі на основі відомої математичної моделі Ликова А.В. [9] запропонований підхід до вивчення в часі температурного поля щодо сушіння поліграфічних плоских матеріалів кондуктивним (контактним) методом. Цей підхід може бути застосований до вивчення конвективного і термовипромінювального (терморадіаційного) методів сушіння, а також пов'язаних з ними комбінованих методів (контактно-конвективного, терморадіаційно-конвективного) [9, 10].

2. ПОСТАНОВКА І РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.

Фізична постановка задачі: необмежена пластина (плита) товщиною h, початкова температура якої T_n, в початковий момент часу $t = 0$ по верхній поверхні $z = h$, яка взаємодіє з оточуючим середовищем згідно із законом Ньютона (конвективний теплообмін), піддається дії температурою T_c, а її нижня поверхня $z = 0$ нагрівається

[1] Українська академія друкарства

тепловим потоком q (див. рис. 1). Потрібно: 1) знайти розподіл температури $T\ (z,t)$ в довільній точці плити залежно від часу; 2) встановити час, через який температура на верхній $z = h$ і нижній $z = 0$ поверхнях пластини (плити) досягне стаціонарного значення.



а) *б)*

Рис. 1. Схема перерізу пластини, що підігрівається знизу
тепловим потоком: а – тривимірна; б – двовимірна

Математична постановка і розв'язок цієї задачі в розмірному і безрозмірному вигляді записані у роботі [5]. Безрозмірний вигляд розв'язку цієї задачі наступний [5]:

$$\theta(\gamma, Fo) = \theta_c + \frac{Q}{Bi}\left[1 + Bi(1-\gamma)\right] -$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty} A_n \left\{ \theta_c \cos\mu_n\gamma + \frac{Q}{Bi}\left[\cos\mu_n(1-\gamma) + \frac{Bi\sin\mu_n(1-\gamma)}{\mu_n}\right]\right\} e^{-\mu_n^2 Fo} \quad (1)$$

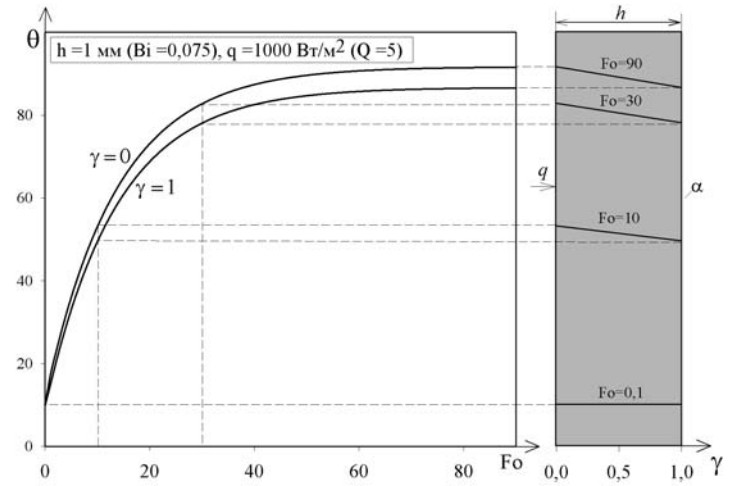
де $A_n = \dfrac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n\cos\mu_n}$; μ_n – корені певного характеристичного рівняння; T_n, T_c – задані величини, $\theta = T - T_n$, $\theta_c = T_c - T_n$; a, α, λ – коефіцієнти температуропровідності, теплообміну і теплопровідності відповідно, $\gamma = \dfrac{z}{h}$, $Fo = \dfrac{at}{h^2}$, $Bi = \dfrac{\alpha h}{\lambda}$, $Q = \dfrac{qh}{\lambda}$; q – величина поверхневої густини теплового потоку. Обезрозмірення задачі дає можливість не залежати в чисельних обрахунках від теплофізичних параметрів матеріалу, а при наявності останніх, завдяки основним числам і критеріям подібності, більш глибоко розкрити фізичну суть досліджуваного теплового процесу. Для більш якісного чисельного аналізу цієї нестаціонарної задачі наведемо розв'язок її відповідної стаціонарної задачі [11]

$$\theta_{CT}(\gamma) = \theta_c + \frac{Q}{Bi}\left[1 + Bi(1-\gamma)\right]. \quad (2)$$

3. ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ

Чисельні обрахунки проводимо за допомогою формули (1) на мові Fortran і з одержаних графіків хочемо побачити таке: 1) поведінку температури залежно від часу в різних точках пластини (плити) і, як наслідок, вихід температури на стаціонарне (стале) значення для пластин (плит) різної товщини h; 2) якісну відмінність у поведінці температури тонких (пластин, плівок) і масивних (плит) тіл. Приймаємо, що пластина виготовлена з картону ($\lambda = 0{,}2\, Вт/(м°С)$, $a = 0{,}174 \cdot 10^{-6}\, м^2/с$, $\alpha \approx 15\, Вт/(м^2\,°С)$ [2]), має початкову температуру T_n = +10°С, підігрівається через нижню поверхню тепловим потоком $q = 1000\, Вт/м^2$. Температура оточуючого середовища T_c = +20°С.

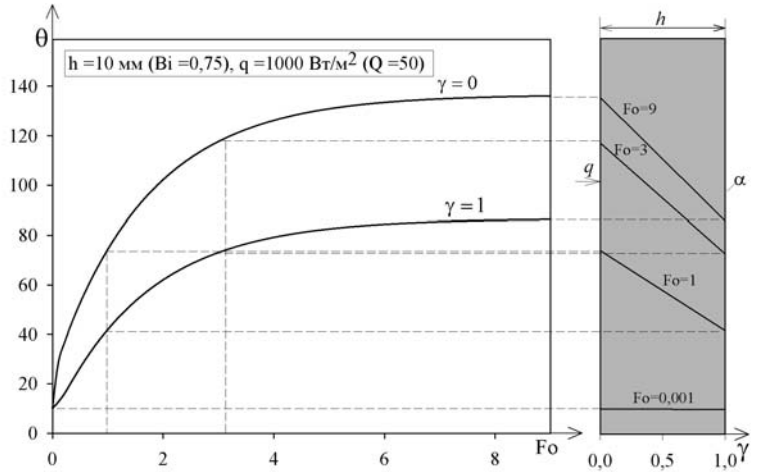
У теорії нагріву розглядається нагрів тонких та масивних тіл [12]. У тонких тілах перепад (градієнт) температур по перерізу матеріалу такий невеликий, що ним можна знехтувати. При нагріві масивних тіл перепад (градієнт) температур досягає значної величини і його необхідно враховувати в практичних розрахунках. Поділ тіл, що нагріваються, на тонкі та масивні є умовним, тому що визначається він не тільки розмірами, а й теплофізичними властивостями матеріалу та швидкістю їх нагрівання. Тіло, що має великі розміри, при досить повільному нагріванні має незначні перепади температур і може розглядатись як тонке і навпаки [12]. Для встановлення межі між тонкими та масивними тілами, за рекомендацією Г.П. Іванцова, використовується критерій Біо $Bi = \alpha h/\lambda$ [12]. Критерій Біо вводиться в математичну модель шляхом обезрозмірення задачі теплопровідності [9]. Г.П. Іванцов запропонував називати тіла тонкими, якщо для нагріву в зазначених умовах Bi<0,25 та масивними, якщо Bi>0,5. Інтервал значень Bi=0,25...0,50 являє собою перехідну область, котру за точних розрахунків слід віднести до масивних тіл, а за наближених розрахунків – до тонких [12]. Отже, критерій Bi, для випадку коли $\alpha = const$ і при малій тривалості інерційного періоду порівняно із загальною тривалістю нагрівання, є величиною, що здатна характеризувати міру масивності тіла [12]. Таким чином, якщо значення критерію Біо велике (тіло масивне), то процес нагрівання відбувається з великою різницею температур між поверхнями тіла. Якщо значення критерію Біо мале (тіло тонке), то різниця температур по перерізу тіла буде незначною.



а) *б)*

Рис. 2. Нагрівання картонної пластини товщини h=1мм тепловим потоком q:
а) графіки розподілу температури пластини в часі;
б) схема розподілу температури по перерізу пластини в часі

На графіках рисунків 2-6 продемонстровано весь перехідний (нестаціонарний, несталий) процес нагрівання пластин різної товщини



а) *б)*

Рис. 3. Нагрівання картонної пластини товщини h=10мм тепловим потоком q:
а) графіки розподілу температури пластини в часі;
б) схема розподілу температури по перерізу пластини в часі.

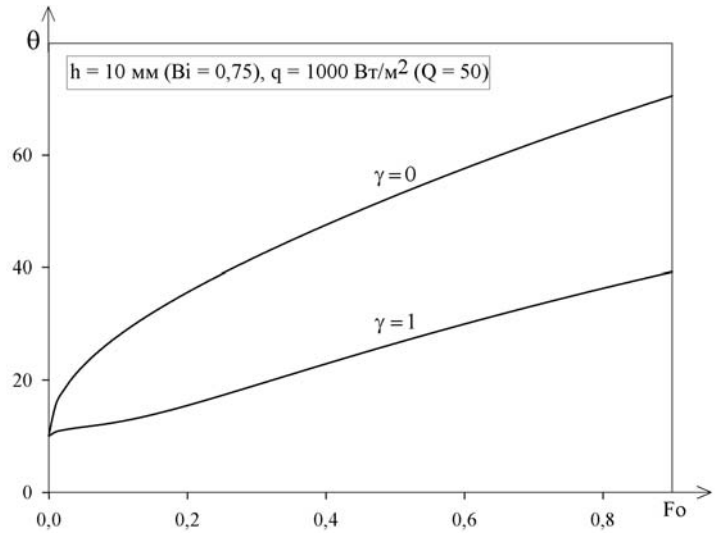


Рис. 4. Графіки розподілу температури картонної пластини товщини h=10мм в малі моменти часу при нагріванні її тепловим потоком q

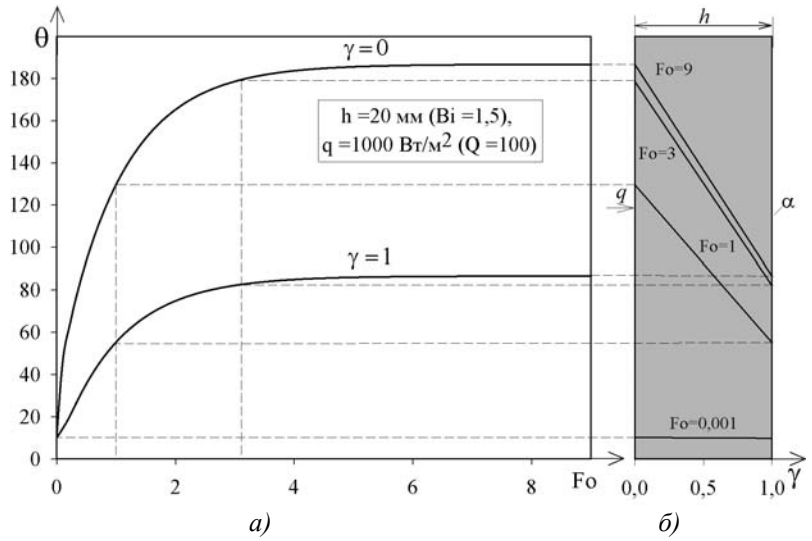


Рис. 5. Нагрівання картонної пластини товщини h=20мм тепловим потоком q:
а) графіки розподілу температури пластини в часі;
б) схема розподілу температури по перерізу пластини в часі

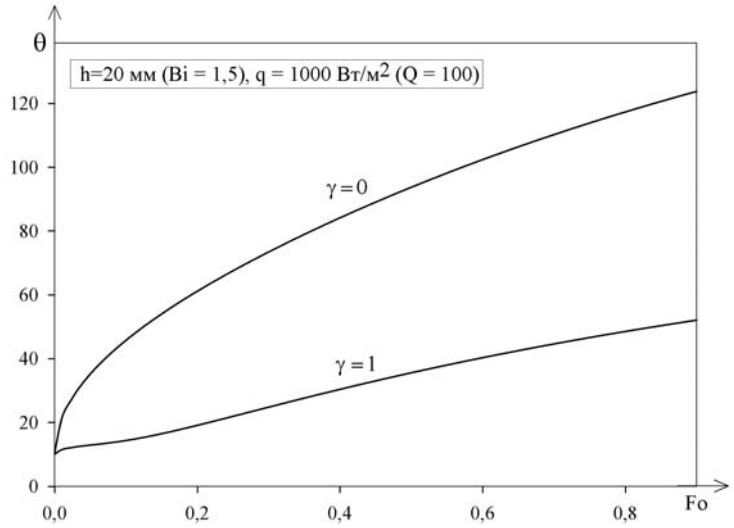


Рис. 6. Графіки розподілу температури картонної пластини товщини h= 20мм в малі моменти часу при нагріванні її тепловим потоком q

аж до стаціонарного (сталого) стану. Спостерігаємо за двома поверхнями пластини: γ=0 (z=0) – нижня поверхня, γ=1 (z=h) – верхня поверхня. Як бачимо із графіків поведінка пластин для різних товщин відрізняється. При товщині пластини h=1мм (Bi=0,075) перепад (градієнт) температури між її поверхнями незначний (до 5°C) (див. рис. 2). Пластина веде себе як тонке тіло. При товщині пластини h=10мм (Bi=0,75) перепад (градієнт) температури складає вже до 50°C (див. рис.3). Це вже значний перепад і виникає він стрімко в малі (початкові) моменти часу (див. рис. 4). При товщині пластини h=20мм (Bi=1,5) перепад (градієнт) температури вже є великий (до 100°C) (див. рис. 5-6). Пластина для останніх двох товщин веде себе як масивне тіло, тобто стає плитою. Отже, графіки на рисунках 2-6 підтверджують рекомендацію Іванцова Г.П. відносно встановлення межі між тонкими (пластинами) і масивними (плитами) тілами, що нагріваються, за допомогою величини критерія Bi (див. попередній абзац).

За допомогою схем, зображених на рисунках 2б), 3б), 5б), бачимо поведінку температури по перерізу пластини (плити) в довільний момент часу аж до виходу температури на стаціонарне (усталене) значення. За допомогою запропонованих графіків можна скласти таблицю для знаходження часу виходу температури на стаціонарне значення в довільній точці картонної пластини, яка записана для товщин h=1мм; 10мм; 20мм; (див. таблицю 1). З таблиці бачимо, що чим товстіша пла-

стина, тим довший час виходу температури на стаціонар з великим перепадом температур між поверхнями (див рис. 3б), 5б)). Це значить, що картон добрий теплоізоляційний матеріал, бо добре тримає тепло, на відміну від металів, які тепло тримають погано (див. [6]). За допомогою розв'язку стаціонарної задачі (2) можна швидко обчислити ті самі, що є на графіках рисунків 2, 3, 5, значення стаціонарної температури [11].

Таблиця 1

Визначення часу виходу температури на стаціонарне значення ($t_{ст}$) в довільній точці картонної пластини для різних товщин h

Товщина пластини		Тепловий потік		Час	
h=1 мм	Bi=0,075	q=1000 Вт/м^2	Q=5	$t_{ст}$≈5,8 хв.	$Fo_{ст}$≈60
h= 10 мм	Bi=0,75	q=1000 Вт/м^2	Q=50	$t_{ст}$≈95,8 хв.	$Fo_{ст}$≈10
h= 20 мм	Bi=1,5	q=1000 Вт/м^2	Q=100	$t_{ст}$≈153,3 хв.	$Fo_{ст}$≈4

4. ВИСНОВКИ

1. Розглянута задача корисна для вивчення процесу сушіння чи акліматизації поліграфічної продукції, коли підвід тепла здійснюється кондуктивним (контактним), конвективним, променевим (терморадіаційним) чи спорідненими комбінованими методами (способами) [7, 8, 9, 10].

2. Завдяки введенню в математичну постановку задачі безрозмірного критерія *Bi* можна, згідно його величини і відповідних графіків температури, робити висновок щодо тонкості чи масивності пластини. Тобто критерій *Bi* є для розглядуваної задачі мірою масивності. Для тонких картонних пластин перепад (градієнт) температур по перерізу матеріалу невеликий (див. рис. 2). Ним можна знехтувати в практичних розрахунках. Для масивних (товстих) картонних пластин (плит) спостерігаються великі перепади (градієнти) температури (див. рис. 3-6), тобто тут у процесі сушіння будуть виникати значні температурні напруження і деформації, які можуть привести до жолоблення чи навіть розтріскування висушуваного матеріалу. Запобігти цьому можна зменшуючи градієнти температури і вологовмісту в матеріалі і таким чином „пом'якшити" процес сушіння. Знаходження і вивчення нестаціонарних температурних напружень і деформацій – це наступний крок дослідження такої задачі. Ці знання дозволяють: керувати даним тепловим процесом, особливо при локальному нагріві [4]; знати як вибрати оптимальний режим сушіння. Правильно організований процес сушіння дає можливість навіть покращити властивості деяких висушуваних матеріалів [8].

3. Картон добрий теплоізоляційний матеріал, бо добре тримає тепло (див. рис. 3б), 5б)) на відміну від металів (див. [6]).

4. Із збільшенням товщини збільшуються перепади (градієнти) температури між поверхнями картонної пластини (див. рис. 3-6). Крім того, товщина картону має суттєвий вплив на тривалість процесу сушіння. Чим більша товщина, тим довший час виходу температури на стаціонар (див. таблицю 1), тобто пластина довше прогрівається, і тим довша тривалість процесу сушіння.

5. Збільшення величини теплового потоку q призводить до збільшення температури в пластині і до збільшення перепадів (градієнтів) температури між поверхнями, тобто за рахунок зміни інтенсивності q можна керувати часом і якістю сушіння.

1. Воробьев Д.В. Технология послепечатных процессов. – М.: Изд-во МГУП, 2000. – 392 с. 2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с. 3. Йордан Г.М. Вплив відносної вологості та температури на інтенсивність процесу мікрохвильового висушування книжкових блоків//Кваліїлогія книги: зб. наук. праць. – Львів: УАД, 2008. – Вип. 2(14). – С. 102-107. 4. Коляно Я.Ю. Нестаціонарна задача термопружності для шару при локальній дії концентрованого потоку тепла // Матеріали VII міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур». – Львів, 2006. – Т.1. – С.200-203. 5. Коляно Я.Ю., Сасс Т.С., Юнгер І.Г. Нестаціонарна задача теплопровідності для необмеженої плити щодо сушіння поліграфічної продукції // Наукові записки УАД. – 2008. – Вип. 1(13). – С. 139 – 146. 6. Коляно Я.Ю., Сасс Т.С. Чисельний аналіз нестаціонарної задачі теплопровідності для необмеженої плити щодо сушіння поліграфічної продукції//Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. праць.-Львів: УАД, 2010.–№23. – С.183-193. 7. Красников В.В. Кондуктивная сушка. – М.: Энергия, 1973.– 288 с. 8. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с. 9. Лыков А.В. Теория теплопроводности.- М.: Высшая школа, 1967.- 599с. 10. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 535 с. 11. Сасс Т.С. Нестаціонарні задачі теплопровідності для одношарової та двошарової нескінченних плит щодо сушіння поліграфічної продукції: Магістерська робота (на правах рукопису). – Львів, УАД, 2009. – 45 с. 12. Ткаченко О.О. Високотемпературні процеси та установки: Підручник. – К.: А.С.К., 2005. – 480 с. 13. Шот Р.І., Стрепко І. Т. Теплові процеси в поліграфії: Навчальний посібник. – Львів: Фенікс, 1998. – 202 с.