

**МОДЕЛЮВАННЯ ХМАРИНКОВОЇ МЕРЕЖНОЇ СИСТЕМИ У  
ГІПЕРБОЛІЧНИХ ВІРТУАЛЬНИХ КООРДИНАТАХ**

*На основі застосування гіперболічного потоку Річі виконано конформне відображення структури хмаринкової сервісної платформи для побудови віртуальних координат її вузлів в гіперболічному просторі із застосуванням дискретної інверсійної метрики Рімана. Враховано проблему низькоякісних триангуляцій в гіперболічному просторі шляхом застосування інверсійної метрики згідно підходу Гао. Значення гессіану гіперболічної енергії Річі використано для доведення однозначності унікального рішення віртуалізації координат.*

*A conformal mapping of cloud-based service platform structure was performed with the application of hyperbolic Ricci flow, for the purpose of the construction of its nodes' virtual coordinates in hyperbolic space by means of discrete inverse Riemannian metric. A low quality triangulations problem in hyperbolic space was taken into consideration by means of Gao's approach for inverse metric. A hessian of hyperbolic Ricci energy was used to prove the uniqueness of the solution for virtual coordinates.*

**1. ВСТУП**

Застосування дистанційно-векторних алгоритмів маршрутизації для організації віртуальних каналів сервісних потоків визначає особливий вид методів управління розподілом навантаження. Вони добре працюють у сервісних мережних системах, побудованих з використанням хмаринкових технологій. Слід відзначити, що хмаринкові сервісні системи у площині побудови сервісів на основі віртуальних машин передбачають сервісну архітектуру, яка перебуває під дією багатьох чинників, що можуть динамічно впливати на її структуру. Організація обміну сервісними інформаційними потоками в таких архітектурах перебуває у значній залежності від структурних неоднорідностей, які можуть виникати в сервісній платформі під час критичних перевантажень деяких її областей, або ж, до прикладу, їх недоступності через аварійні ситуації або невірне системне конфігурування. Застосування дистанційно-векторної маршрутизації дозволяє за деяких ситуацій локально уникнути зайвого ускладнення

---

<sup>1</sup>Національний університет "Львівська політехніка"

рівня управління, що відповідає за безпосередній потоковий менеджмент у глобальному масштабі. На продуктивність управління потоками з дистанційно-векторною маршрутизацією значним чином впливає існування порожнин в межах внутрішніх граней неоднорідностей граф-моделі хмари та помилки адресно-координатної локалізації віртуальних машин, особливо у великомасштабній хмарній мережі, де такі машини можуть динамічно мігрувати.

## 2. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Завдячуючи існуванню багатошляховості сервісних потоків та великій кількості віртуальних машин, пошук маршрутів є властивою для хмаринкових платформ проблемою. В хмаринковій мережі без неоднорідностей дистанційно-векторна маршрутизація, зазвичай, справляється дуже добре і забезпечує близькі до оптимальних шляхи, причому без використання і незалежно від більш складних глобальних систем управління потоками.

Системи віртуальних координат (Virtual coordinate systems, VCS) [1, 12] були запропоновані для жадібних методів маршрутизації, причому, як правило для сенсорних мереж. Як відомо, комунікаційні з'єднання в динамічно експлуатованих мережах є нестійкими, зважаючи на зовнішні та внутрішні впливи. Проте, звичайно, геометрична топологія мережі є набагато стабільнішою в математичному, а точніше – геометричному розумінні. Таким чином, підхід конформного відображення топології сервісної мережної платформи на противагу динаміці зв'язків у ній, без сумнівів, має право на існування. Як відомо, всі тривимірні площини можуть класифікуватись за конформним відношенням еквівалентності, а всі класи конформної еквівалентності формують різноманіття Рімана скінченної розмірності, де точка представляє клас площин, а крива представляє процес деформації. У світлі цього, можливим є поставити у відповідність віртуальні машини їх віртуальним координатам на основі сформованого конформного відображення. Поверхневий потік Річі здатний реалізувати конформне відображення та прив'язати координати «віртуальних вузлів» хмаринкової системи до простору із заданими властивостями. У відповідній системі віртуальних координат «жадібна» схема пересилання пакетів легко знаходить маршрут. Однак, жадібна маршрутизація може не знайти маршрут через структурну неоднорідність топології, яка має складну конфігурацію. Прикладом може слугувати множина аварійних віртуальних машин, перевантаження фізичних каналів зв'язку або серверів, помилкове конфігурування сукупності елементів сервісної платформи. Відомою

проблемою дистанційно-векторного пересилання є зупинка пакетів на вузлах, в яких немає сусідів ближчих до місця призначення, особливо у великомасштабній мережі, оскільки топологія мережі може включати сильні неоднорідності, а також проблема високої агрегації трафіку в деяких особливих областях мережної платформи (на границях неоднорідностей, на центральних вузлах мережної системи).

Запропонований підхід до побудови конформного відображення хмаринкової мережі для знаходження віртуальних координат віртуальних машин на основі гіперболічного потоку Річі, що гарантує успішне виконання простої дистанційно-векторної маршрутизації з використанням віртуальних координат, полягає в наступному:

- Спочатку ми застосовуємо гіперболічний потік Річі для побудови віртуальних координат на основі структури великомасштабної хмаринкової мережної системи. Враховуємо проблему низькоякісних триангуляцій в гіперболічному просторі шляхом застосування інверсійної метрики за підходом Гао [9];

- Використовуємо значення гессіану гіперболічної енергії Річі для доведення однозначності рішення віртуалізації координат [9,12];

Практична проблема наявності багатьох внутрішніх граней неоднорідностей в геометричній топології вирішена за рахунок конформного планування віртуальних координат елементів хмаринкової системи, що є унікальним в гіперболічному просторі, а отже, пересилання пакетів дистанційно векторними методами ніколи не буде зазнавати труднощів на структурних неоднорідностях топології сервісної мережної системи.

Метрика укладки кіл використовується для апроксимації конформної деформації метрик. Позначимо кожен вузол  $v_i$ , як функцію від радіуса  $\gamma_i$ ,  $\Gamma:V \rightarrow R^+$ . Також визначимо функцію зважування:  $\Phi:E \rightarrow [0,\pi/2]$  призначаючи невід'ємне значення  $\Phi(e_{ij})$  для кожної границі  $e_{ij}$ . Пара значень радіусу вузлового елемента та зважувальної функції границі в сітці  $M$ ,  $(M, \Gamma, \Phi)$  носить назву метрики укладки кіл (circle packing metric) [2,3].

Для заданого сітчастого покриття в просторі Евкліда, метрика укладки кіл та довжина границі всередині сітки можуть бути перетворені одна в одну, використовуючи косинусне перетворення:

$$l_{ij}^2 = \gamma_i^2 + \gamma_j^2 + 2\gamma_i \gamma_j \cos \phi_j. \quad (1)$$

На рис. 1 показано метрику укладки кіл. Кожен вузол  $v_i$  має радіус  $\gamma_i$ . На кожній границі  $e_{ij}$  кут перетину  $\phi_{ij}$  визначений двома

колами  $v_i$  та  $v_j$ , які взаємоперетинаються або є дотичними. Дві метрики укладки кіл  $(\Gamma_1, \Phi_1)$  та  $(\Gamma_2, \Phi_2)$  в тій самій сітці є конформно еквівалентними, якщо відповідні кутові множини є еквівалентними  $\Phi_1 \equiv \Phi_2$ . Це і називається конформним відображенням. Таким чином, конформна деформація метрики укладки кіл змінює радіуси вузлів, залишаючи незмінними відповідні кутові співвідношення.

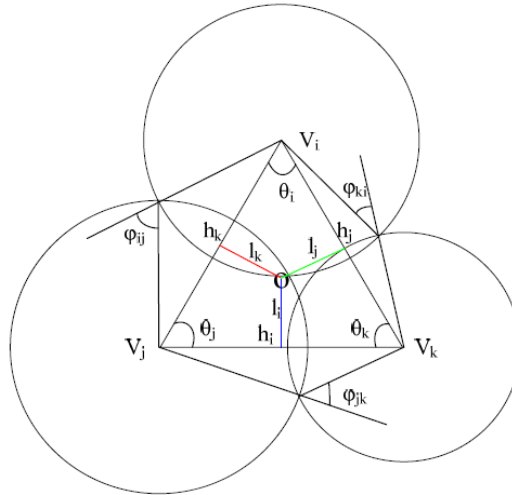


Рис. 1. Метрика укладки кіл на координатній поверхні [5]

Теорія потоків Річчі на гладких поверхнях була запропонована Гамільтоном для Ріманівських множин [4], і дає змогу деформувати метрику Рімана для поверхонь, використовуючи визначені кривизни (curvatures). Форма геометричного об'єкта, який є деформованим чи не гладким, може бути змінена, якщо всі кривизни однакові. У [5] наведена залежність між дискретною конформною метрикою та поверхневим потоком Річчі. Показано, що залежність може бути унікальною, якщо кути перетину гострі. В [6] застосоване конформне відображення для встановлення відповідності між усіма не триангулярними поверхнями та запропоновано новий спосіб прив'язки вузлів до площини, що ми застосували у контексті хмаринкових систем.

Інтуїтивно зрозуміло, що потік Річчі є процесом зміни форми Ріманівської метрики відповідно до кривизни. Нехай  $S$  – гладка поверхня з Ріманівською метрикою  $g$ . Тоді:

$$\frac{dg_{ij}}{dt} = -2K + \frac{\chi(S)}{A}, \quad (2)$$

де  $K$  – Гаусівська кривизна з метрикою  $g$ ,  $A$  – область поверхні.

Далі,  $t$  позначає часовий параметр, а  $g(t)$  є причиною Гаусівської кривизни  $K(t)$ . Потік Річчі визначається як:

$$\frac{dg_{ij}}{dt} = -2Kg_{ij}(t). \quad (3)$$

Зміна Гаусівської кривизни, спричинена потоком Річчі, є такою самою, як дифузія тепла в поверхні, а саме  $\frac{K(t)}{dt} = -\Delta_{g(t)}K(t)$ , де

$\Delta_{g(t)}$  є оператором Лапласа-Белтрамі з метрикою  $g(t)$ . Згідно теорії дифузії тепла, Гаусівська кривизна стає все більш однорідною з ростом  $t$  і в решті решт стане сталою.

Можливо спростити рівняння (3). Нехай  $g(t) = e^{2u(t)}g(0)$ , тоді потік Річчі:

$$\frac{du(t)}{dt} = -2K(t). \quad (4)$$

Наступні теореми доводять, що потік Річчі, визначений в рівнянні (3) є конвергентним і приводить до конформної параметризації метрики.

**Теорема 1** [4]. Для замкненої поверхні з від'ємними характеристиками Ейлера, якщо загальна область поверхні зберігається під час потоку, то потік Річчі конвергує до метрики такої, що Гаусівська кривизна буде сталою у всіх точках.

**Теорема 2** [7]. Для замкненої поверхні з невід'ємними характеристиками Ейлера, якщо загальна область поверхні зберігається під час потоку, то потік Річчі конвергує до метрики такої, що Гаусівська кривизна буде сталою у всіх точках.

Приведена метрика  $g(\infty)$  є параметричною метрикою. Більш того, в будь-який час  $t$  метрика  $g(t)$  є конформною до вихідної метрики  $g(0)$ .

Потік Річчі може бути легко модифікований для обчислення метрики з наперед визначеним значенням кривизни  $\bar{K}$ , і тоді потік набуває вигляду:

$$\frac{dg_{ij}(t)}{dt} = 2(\bar{K} - K)g_{ij}(t). \quad (5)$$

З цими змінами, будь-яке значення кривизни  $\bar{K}$ , яке допускається теоремою Гауса-Боне, може бути отримане з розв'язку метрики  $g(\infty)$ .

На практиці, топологія мережі може містити дірки-неоднорідності, коли ми переносимо цю топологію в Евклідов простір, особливо для великомасштабних хмаринкових сервісних мережних платформ. Для розв'язання цієї проблеми, вузли повинні бути вбудованими в гіперболічний простір [8].

Дискретна метрика Рімана може бути представлена як:  $l: E \rightarrow R^+$  для кожної поверхні  $F_{i_{jk}}$  з довжинами границь  $\{l_{ij}, l_{jk}, l_{ki}\}$  та кутами до відповідних границь  $\{\theta_k, \theta_i, \theta_j\}$ . Якщо значення довжини границь задовільняє нерівність  $l_{ij} + l_{jk} > l_{ki}$ , то кути визначаються дискретною метрикою за законом гіперболічного косинуса:

$$\theta_i = \cos^{-1} \frac{\cosh l_{jk} - \cosh l_{ij} \cosh l_{ki}}{\sinh l_{ij} \sinh l_{ki}}. \quad (6)$$

Враховуючи наведену вище метрику укладки кіл, гіперболічний потік Річчі є:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \bar{K}_i - K_i, \quad (7)$$

де  $u_i = \log[\tanh(r_i/2)]$ ,  $\bar{K}_i$  – визначена користувачем кривизна в околі вузла  $v_i$ ,  $K_i$  – дискретна Гаусівська кривизна вузла  $v_i$ .

Дискретний гіперболічний потік Річчі є від'ємним градієнтним потоком енергії певного роду. Нехай  $\tau$  представляє вектор  $(\tau, \tau, \dots, \tau)$ , а  $n$  є номером елемента множини векторів. Таким чином, дискретна енергія Річчі запишеться як:

$$E(\tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} \sum_i (\bar{K}_i - K_i) d\tau_i, \quad (8)$$

де  $\tau_0$  є довільною метрикою, наприклад  $\tau_0 = (0, 0, \dots, 0)$ .

Дискретний потік Річчі є від'ємним градієнтним потоком дискретної енергії Річчі. Дискретна метрика дозволяє мінімізувати значення енергії Річчі. Дискретна метрика Річчі є строго опуклою. Глобальний мінімум існує один, зважаючи на метрику  $\bar{u}$ .

Замість традиційної метрики укладки кіл ми використовуємо метрику укладки кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування, оскільки звичайний потік Річчі вимагає, щоб усі кути перетину були гострими. Це означає наявність двох кіл на границі, що перетинаються під гострим кутом. Таким чином доведено, що розв'язок гіперболічного потоку Річчі є унікальним глобальним оптимумом на основі енергії Річчі. Крім того, диск Пуанкаре використано у представленні гіперболічного простору для пояснення трансформації Мебіуса. Запропоновано алгоритм побудови віртуальних координат для хмаринкової сервісної платформи.

Доки кути перетину є гострими, дискретний потік Річчі є стабільним і приводить до унікального рішення. Однак, якщо наведені вище кути перетину є тупими, то рішення може бути не однозначним, а дискретний потік кривизни може застрягти на локальному оптимумі. У випадку появи тупокутної конфігурації маршрутизація може оброблятися, як маршрутизація на границі, оскільки у неї відсутній найближчий сусід. Як наслідок, їх використання не обумовлює виключно дистанційно-векторної маршрутизації і в деяких випадках доводиться застосовувати маршрутизацію по краях з використанням віртуальних вузлів. Умови гострокутного перетину є занадто ідеальними для практичних реалізацій. Сітки покриття координатної площини хмаринкової системи трикутної сегментації, отримані з грубого перебору даних про з'єднання віртуальних машин, завжди містять вузькі трикутники, до яких важко застосувати метрику укладки кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування. Зрозуміло, що існує багато трикутників, розмір яких є настільки малим, що вони не враховуються.

Для забезпечення високої конформності навіть у сітках з поганою триангуляцією, ми узагальнюємо традиційну метрику укладки кіл, показану на рис. 1 до метрики укладки кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування в гіперболічному просторі, яка виражена [6]:

$$l_{ij} = \cosh^{-1}(\cosh r_i \cosh r_j + I_{ij} \sinh r_i \sinh r_j), \quad (9)$$

де  $r_i$  та  $r_j$  – радіуси двох кіл (рис. 2).

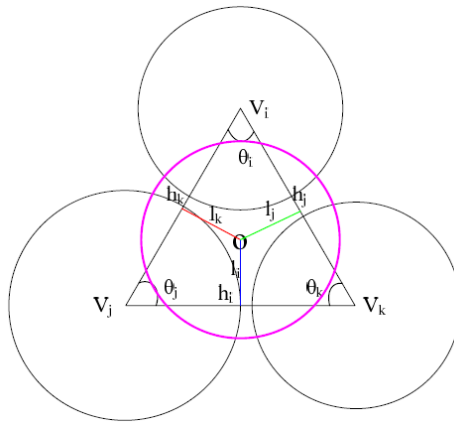


Рис. 2. Метрика укладки кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування на координатній поверхні [5]

В межах трикутника  $[v_i, v_j, v_k]$  з укладкою кіл з визначенням відстані між колами незалежно від їх взаємного розташування існує унікальне коло  $c$ , ортогональне до  $c_i, c_j, c_k$ , показане посередині на рис. 1 та рис. 2. Центром  $c$  є точка  $O$ . Відстань від  $O$  до грані  $[v_i, v_j]$  позначено як  $h_k$ , а довжина грані позначена як  $l_k$ .

Звичайний потік Річчі вимагає, щоб усі кути перетину були гострими. Гіперболічний потік Річчі модифікує ці вимоги та дозволяє як перетин кіл під гострим кутом, так і відсутність їх перетину. Гарантується, що враховуючи довільну конфігурацію сітки покриття координатної площини хмаринкової системи з трикутною сегментацією за евклідовою метрикою, гіперболічна укладка кіл може бути виконана такою, що її метрика буде сумісною з Евклідовою метрикою. Таким чином, метод гіперболічного потоку Річчі забезпечує високу конформність.

Єдино можливого розв'язку потоку Річчі не існує у випадку, коли присутні декілька тупокутних перетинів в трикутно-сегментованих сітках. Як згадано вище, гіперболічний потік Річчі пом'якшує умову гострокутного перетину. В цьому випадку доводимо, з

**Лема 1.** Гіперболічному потоку Річчі відповідає наступне симетричне співвідношення:

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \mu_j} = \frac{\partial \theta_j}{\partial \mu_i}. \quad (10)$$



На площині  $F_{i_{jk}}$ ,

$$\begin{pmatrix} d\theta_i \\ d\theta_j \\ d\theta_k \end{pmatrix} = \frac{-M}{\sin \theta_i \sin l_j \sin l_k} M \begin{pmatrix} du_i \\ du_j \\ du_k \end{pmatrix} \quad (11)$$

де метрика

$$M = \begin{pmatrix} 1-a^2 & ab-c & ca-b \\ ab-c & 1-b^2 & bc-a \\ ca-b & ba-a & 1-c^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (a^2-1)^{-1} & & \\ & (b^2-1)^{-1} & \\ & & (c^2-1)^{-1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & ay-z & az-y \\ bx-z & 0 & bz-x \\ cx-y & cy-x & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$(a, b, c) = (\cosh l_i, \cosh l_j, \cosh l_k), \quad (x, y, z) = (\cosh r_i, \cosh r_j, \cosh r_k).$$

**Лема 2.** Дискретна гіперболічна енергія Річчі є опуклою в допустимому просторі метрик.

**Теорема 3.** Ріманівська метрика, яка використовує визначену кривизну гіперболічного потоку Річчі, є єдиним глобальним оптимумом, а енергія може бути представлена у вигляді матриці Гессена  $\Delta = (h_{ij})$

$$h_{ij} = \begin{cases} -w_{ij}, & i \neq j, |v_i, v_j| \in E \\ 0, & i \neq j, |v_i, v_j| \notin E \\ \sum_k w_{ik}, & i \neq j, |v_i, v_k| \in E \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{де } w_{ij} = \frac{\partial \theta_i^{jk}}{\partial \mu_j} + \frac{\partial \theta_i^{jl}}{\partial \mu_j}, \quad [v_i, v_j, v_k] \in F_{ijk}, \quad [v_i, v_j, v_l] \in F_{ijl}.$$

*Доведення:* коли інверсні відстані стали, всі вузли, які забезпечують нерівність трикутних сегментів на кожній з площин, сформують допустимий простір метрик. Диференційний коваріантний вектор  $\sum_i K_i du_i$  в допустимому просторі метрик є закритим коваріантним вектором (відповідно до Лема 1). В цьому випадку, ми вибираємо суму всіх коваріантних векторів у сітці трикутної сегментації. Через цю опуклість (відповідно до Лема 2), дискретний потік Річчі не потрапляє в локальний оптимум. Він є метрикою, яка формує необхідну кривизну в єдиному можливому глобальному оптимумі. Для спрощення понять ми застосовуємо матрицю Гесса  $\Delta$  для представлення дискретної гіперболічної енергії Річчі. Відповідно до формул (6) та (8) ця матриця задовільняє умові  $\Delta = (h_{ij})$ , де значення  $h_{ij}$  рівне (13).

Таким чином, для обчислення метрики параметризації можливо встановити необхідну кривизну  $\bar{K}_i \equiv 0$  для всіх вузлів і оптимізувати енергію Річі використовуючи метод Ньютона. В цьому випадку наш спосіб зведеться до глобального оптимуму в гіперболічному просторі. Більш того, така оптимізація гнучка, надійна та конформна для сіток з поганою триангуляцією.

Модель диску Пуанкаре використовується для обчислення відстаней у гіперболічному просторі. Нехай поверхня  $s$  представлена множиною точок, що задовольняють нерівність  $\sum_{i=1}^n x_i < 1$ , де  $x_i$  – координата, а  $n$  – розмірність. Тоді метрика Рімана виглядає як:

$$ds^2 = \frac{4 \sum_i^n x_i^2}{(1 - \sum_i^n x_i^2)^2}. \quad (14)$$

Нехай  $z_\omega$  та  $z_\xi$  є двома точками диску Пуанкаре. Нехай дуга проходить через  $z_\psi$  та  $z_\zeta$  і перетинає одиничне коло в точках  $z_\omega$  та  $z_\xi$ , де  $z_\omega$  знаходиться ближче до  $z_\psi$ , а  $z_\xi$  до  $z_\zeta$ . Тоді, гіперболічна відстань між  $z_\omega$  та  $z_\xi$  виражається як:

$$d(z_\omega, z_\xi) = \left( \ln \frac{(z_\omega - z_\psi)(z_\xi - z_\zeta)}{(z_\xi - z_\psi)(z_\omega - z_\zeta)} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Відповідно, опишемо перетворення Мебіуса для диска Пуанкаре у вигляді зсуву:

$$F_c(z) = c + \frac{r^2}{\bar{z} + \bar{c}}, \quad (16)$$

де  $c$  та  $r$  є відповідно центром та радіусом кола  $C$ . Для топологічної області круглої форми з круглими отворами  $C_1, C_2, \dots, C_m$  всередині,  $F_{C_i}$  заповнює отвір  $C_i$  шляхом відбиття точок з  $C_i$ . Отже, мережна топологія може бути відображена на канонічному одиничному диску з круглими отворами, вузли сервісної платформи на якому трансформуються до вигляду віртуальних координат.

Для утворення карти гіперболічного простору, варто вказати декілька початкових понять:

1. Для кожної площини  $F_{ijk}$ , справедливим є вираз

$$r_i = \frac{l_{ij} + l_{ki} - l_{jk}}{2}.$$

2. Для кожного вузла  $v_i$  радіус відповідного кола рівний  $\min r_i$ .

3. Для кожної грані інверсна відстань має вигляд, наведений у [9].

Запропонована конформна деформація змінює радіус  $r_i$  кола  $C_i$  та зберігає його інверсну відстань. Таки чином, необхідною є лише довжина меж. Алгоритми на основі гіперболічного потоку Річчі мають вигляд, який подано рис. 3 та рис. 4.

Таким чином, мережна топологія хмаринкової системи відображена на канонічному одиничному диску з круглими отворами замість неоднорідностей, вузли на якому трансформуються до вигляду віртуальних координат. Як наслідок, дистанційно-векторна маршрутизація може бути виконана в гіперболічному просторі за допомогою рівняння (15). Іншими словами, кожному сервісному вузлу буде відомо, які проміжні вузли беруть участь у процесі передачі даних до вузла або віртуальної машини призначення.

Порівняємо запропонований алгоритм з алгоритмом на основі традиційного потоку Річчі (TRF) та деякими іншими геометрично-топологічними алгоритмами маршрутизації [10-12]. Результати моделювання показано на рис. 5. Тут GeoRou означає найкращі результати всіх інших геометричних алгоритмів маршрутизації. Як показують результати, запропонований алгоритм потребує менше ітерацій ніж інші методи. Крім того, як запропонований алгоритм так і алгоритм TRF є кращими у порівнянні зі всіма іншими, оскільки останні не здатні забезпечити гарантованої доставки даних навіть при повній конвергенції. Крім того, відношення між кількістю ітерацій та вузлів знижується зі зростанням конвергенції. Таким чином, кількість ітерацій відносно знижується зі зростанням масштабності мережі.

Як відомо, метод потоків Річчі не завжди успішно відображає маршрут зі збільшенням кількості вузлів. Іншими словами, якщо кількість ітерацій є недостатньою, наш алгоритм не зможе коректно збудувати маршрутизацію. Разом з тим, GeoRou також не може гарантувати постійної коректності маршрутизації, а отже варто розглянути імовірність помилок для цих алгоритмів. Виразимо залежність між кількістю ітерацій та імовірністю помилок. Для проведення експериментів, максимальною групою вузлів є 150 вузлів.

Як показано на рис. 6, запропонований алгоритм конвергує швидше ніж інші алгоритми, оскільки оптимізований метод потоку Річчі дає можливість зменшити імовірність помилки в кривизні та забезпечити гарантовану доставку навіть, якщо топологія мережі містить значні неоднорідності.

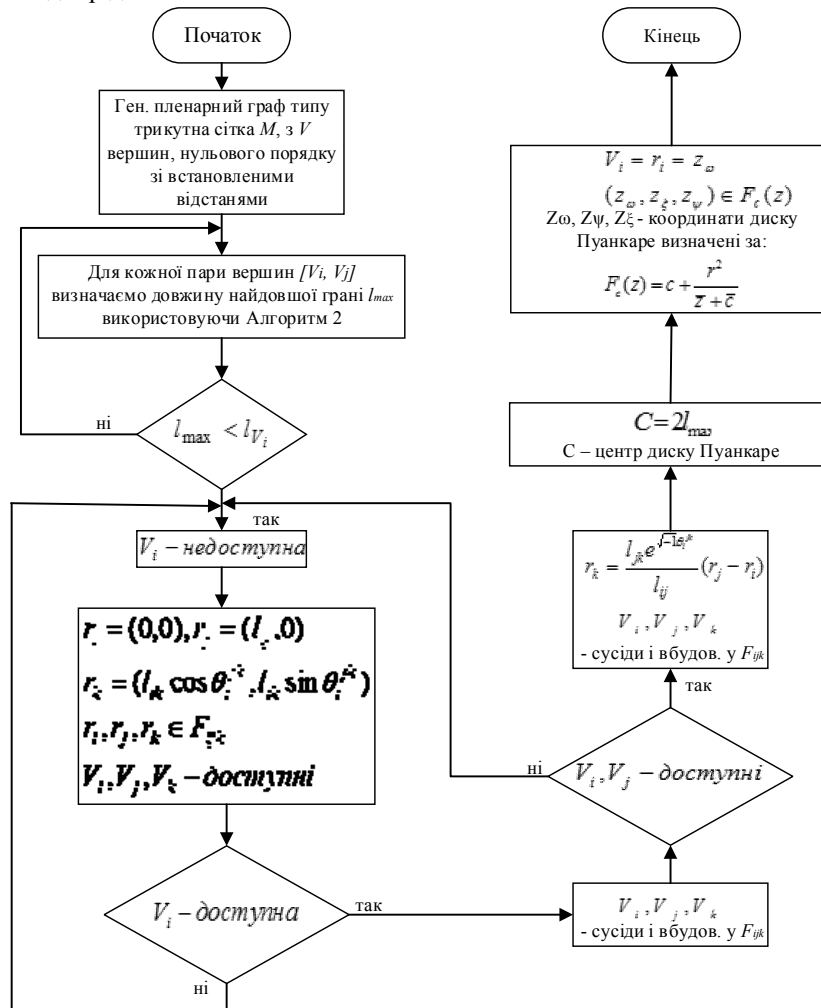


Рис. 3. Алгоритм 1. Побудова віртуальних координат елементів хмаринкової сервісної системи.

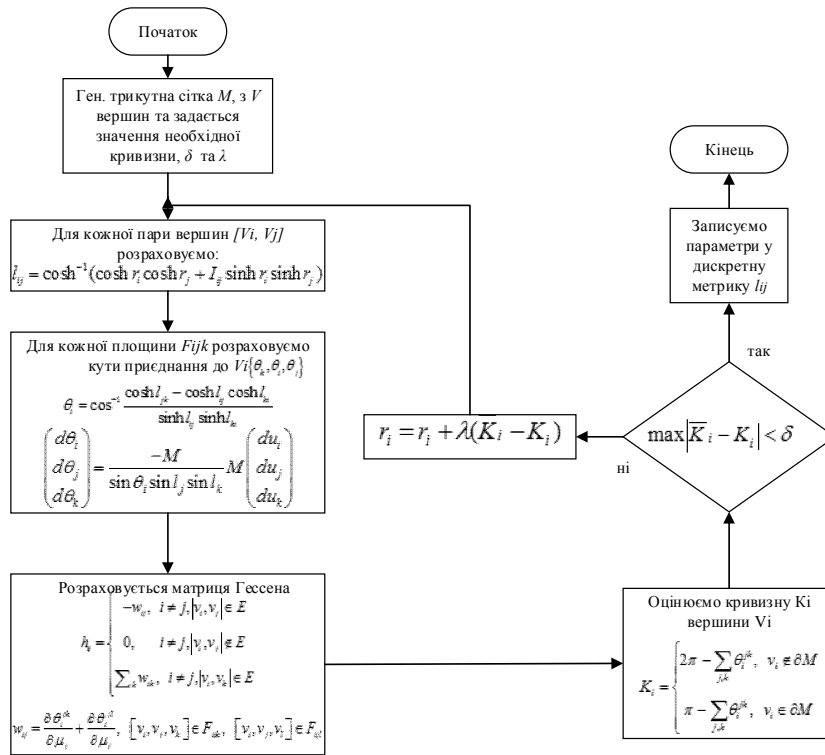


Рис.4. Алгоритм 2. Довжина грані неоднорідності в хмаринковій системі на основі дискретної метрики.

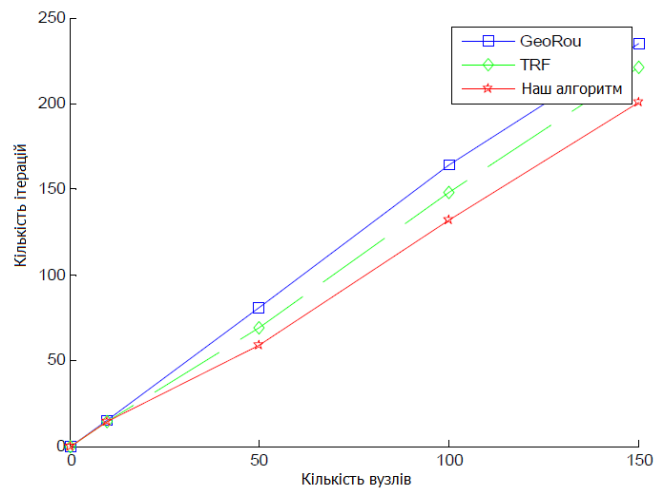


Рис. 5. Запропонований алгоритм у порівнянні з TRF та GeoRou – залежності між кількістю вузлів та кількістю ітерацій

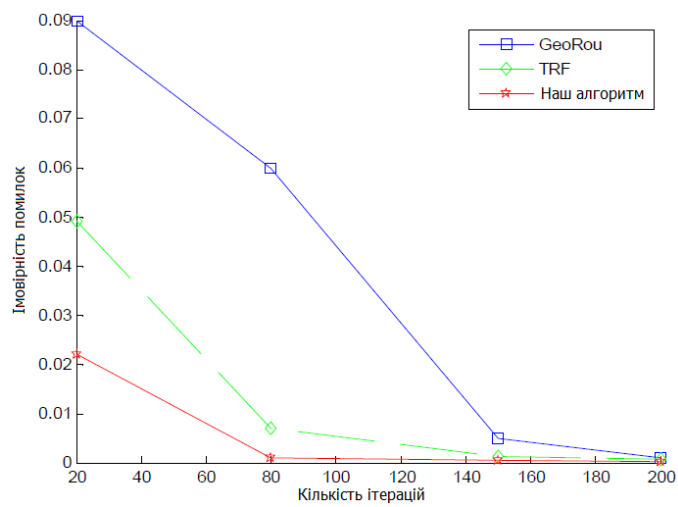


Рис. 6. Запропонований алгоритм у порівнянні з TRF та GeoRou – залежність між кількістю ітерацій та імовірністю помилки

В теорії та на практиці, метод також працює для фрагментованої мережі з великою кількістю неоднорідностей, що можуть бути викликані міграцією віртуальних машин. Рис. 7 відображає приклад.

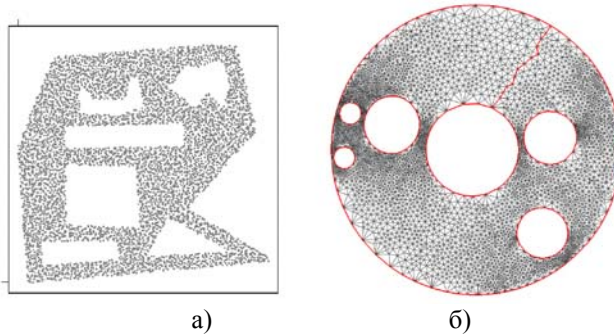


Рис. 7. а) мережа, що складається з 6000 віртуальних машин з великою кількістю неоднорідностей; б) надані їм віртуальні координати.

Рис. 7 б відображає конформне відображення домену хмаринкової системи на рис. 7 а, і відповідні віртуальні координати. Аналогічний приклад показано на рис. 8.

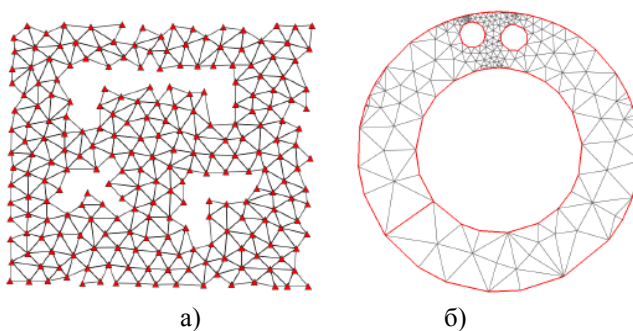


Рис. 8. а) конформне відображення триангуляцією домену хмаринкової сервісної платформи з допомогою координат вузлів б) побудована карта віртуальних координат вузлів системи.

Рис. 9 відображає ефект дистанційно-векторної маршрутизації на віртуальних координатах. Маршрутизація не може бути успішною за умов нормального «жадібного» алгоритму (рис. 9 а). Однак, шлях, що відповідає віртуальним координатам, без проблем проходить повз неоднорідність на іншу сторону (рис. 9 б). Домен мережі також може бути розбитим на трикутники, аналогічно рис. 8.

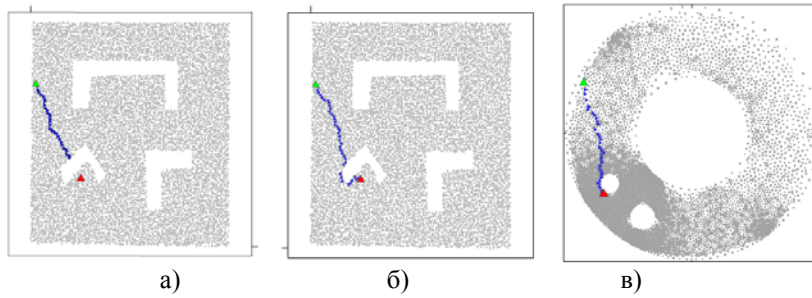


Рис. 9. Процес топологічно-залежної маршрутизації інформаційних потоків в хмаринковій системі з 8000 вузлів: а) потік не долає неоднорідності дистанційно-векторним алгоритмом; б) потік долає неоднорідність, базуючись на системі віртуальних координат; в) шлях потоку у просторі віртуальних координат.

Було проведено експерименти на сервісній мережній платформі використовуючи за основу мережу на рис. 9, яка має 8000 вузлів, і на мережах з подібною топологією, але іншою кількістю вузлів. З точки зору характеристики роботи алгоритму, варто зауважити такі важливі результати спостереження в процесі моделювання:

- *Гарантія успішної маршрутизації.* З реальними координатами, успішна маршрутизація відбувалася у 53,29% випадків, в той час як на основі віртуальних координат маршрутизація завершувалася успішно у 100% випадків.
- *Довжина та еластичність шляху.* Середня величина еластичності становила 1.59, в той час, як максимальна еластичність становила 3.21 при порівнянні довжини шляху з маршрутизацією на основі віртуальних координат та класичної дистанційно-векторної маршрутизації найкоротшим шляхом у графі.

### 3. ВИСНОВКИ

Практична проблема наявності багатьох граней на неоднорідностях в геометричній топології хмаринкової мережної системи вирішена за рахунок конформного планування віртуальних координат, що є унікальним в гіперболічному просторі, а, отже, пересилання пакетів дистанційно-векторними методами не буде зазнавати суттєвих труднощів при подоланні структурних неоднорідностей топології хмаринкової сервісної системи. Показано, що такі неоднорідності, що можуть утворюватись внаслідок дії зовнішніх факторів, в процесі перевантажень або ж міграції



віртуальних машин, будуть успішно долатися інформаційними потоками, незалежно від технологічних особливостей сервісної мережної платформи.

Запропоновані алгоритми дозволяють гарантувати маршрутизацію інформаційних потоків ціною невеликого зростання довжини та еластичності шляху, є ефективними в масштабованих сервісних архітектурах, а також допускають відсутність глобальних алгоритмів маршрутизації при незмінній її якості.

1. A. Rao, C. Papadimitriou, S. Shenker, I. Stoica, "Geographic routing without location information", *MOBICOM*, 2003. 2. K. Stephenson. *Introduction To Circle Packing*. Cambridge University Press, 2005. 3. W. P. Thurston. *Geometry and Topology of Three-Manifolds*. Princeton lecture notes, 1976. 4. R. S. Hamilton, "The Ricci flow on surfaces", *Contemp. Math.*, vol. 71, pp. 237-262, 1988. 4. B. Chow and F. Luo, "Combinatorial Ricci flows on surfaces," *J. Different. Geometry*, vol. 63, no. 1, pp. 97-129, 2003. 5. R. Sarkar, X. Yin, J. Gao, F. Luo, and X. D. Gu, "Greedy routing with guaranteed delivery using Ricci flows," in *Proc. 8th Int. Symp. Inf. Process. Sensor Netw.*, 2009, pp. 121-132. 6. B. Chow, "The Ricci flow on the 2 sphere" *J. Differential Geometry*, vol. 33, no. 2, pp. 325-334, 1991. 7. R. Kleinberg, "Geographic routing using hyperbolic space" in *Proc. 26th IEEE Conf. Commun. Soc.*, 2007, pp. 1902-1909. 8. Q. Fang, J. Gao, and L. Guibas, "Locating and bypassing routing holes in sensor networks", In *Mobile Networks and Applications*, vol. 11, pp. 187-200, 2006. 9. D. Eppstein and M. Goodrich, "Succinct Greedy Geometric Routing Using Hyperbolic Geometry", *IEEE Trans. Comp.* vol. 60, no. 11, pp. 1571-1580, 2011. 10. T. Clouser, M. Miyashita, and M. Nesterenko, "Concurrent face traversal for efficient geometric routing", *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 2012. 11. J. Gao, and L. Guibas, "Geometric algorithms for sensor networks", *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 370, no.1958, pp. 27-51, 2012. 12. Sohrabi, K., Gao, J., Ailawadhi, V., & Pottie, G. J. (2000). *Protocols for self-organization of a wireless sensor network*. *IEEE personal communications*, 7(5), 16-27.