

УДК 681.325

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВИБОРУ БАЗОВИХ ФУНКЦІЙ В ПРОЦЕСІ МАЛОХВИЛЬОВОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГНАЛІВ

І.І. Лагун, А.Й. Наконечний

Національний університет «Львівська політехніка»

Показано, що ефективність опрацювання сигналів з використанням дискретного малохвильового перетворення безпосередньо залежить від вибору відповідної базової малохвильової функції. Розроблено модель багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції на основі апарату нечіткої логіки. Експериментальне дослідження запропонованої моделі проведено для найбільш поширених типів сигналів.

Ключові слова: критерії вибору, базові малохвильові функції, вейвлет-функції, багатокритеріальна оптимізація, нечітка множина, нечіткі критерії.

Вступ. Відомо, що теорія малохвильового перетворення дозволяє застосовувати різні типи материнських вейвлетів для опрацювання сигналів. У переважній більшості при виборі материнського вейвлета враховуються такі властивості як розмір носія, кількість нульових моментів та гладкість базових функцій [1]. Наведені характеристики надають лише математичний опис базових функцій, що не дає змоги отримати явні рекомендації щодо їх практичного використання для аналізу та опрацювання певних типів сигналів.

Таким чином, доцільним є формування певної множини базових малохвильових функцій, оптимальний вибір яких буде визначатися певним критерієм. З огляду на це в техніці обробки сигналів були запропоновані критерії, в основі яких лежать енергетичні, ентропійні та кореляційні залежності [2]: *Energy to Shannon Entropy ratio (EER)*, *Mutual information to relative entropy ratio (IER)* та *Correlation coefficient (Cr)*. Зокрема енергетичний критерій передбачає обчислення наступного відношення:

$$EER = \frac{E_c}{E_n}, \quad (1)$$

де E_c – енергія сигналу у малохвильовому просторі, E_n – ентропія Шеннона для малохвильових коефіцієнтів розкладу сигналу, ентропійний критерій базується на обчисленні наступної залежності

$$Cr = \frac{COV_{s\psi}}{\sigma_s \cdot \sigma_\psi}, \quad (2)$$

де $COV_{s\psi}$ – взаємна коваріація дискретних послідовностей сигналу та базової малохвильової функції, σ_s та σ_ψ – стандартні відхилення цих послідовностей, а кореляційний на обчисленні відношення

$$IER = \frac{I(S, C)}{D(S | C)}, \quad (3)$$

де $I(S; C)$, $D(S | C)$ – взаємна інформація та відносна ентропія відповідно між сигналом та його малохвильовими коефіцієнтами.

Постановка проблеми. Проведений аналіз привів до висновку, що не завжди можна досягнути однозначності вибору базової малохвильової функції за згаданими вище критеріями [2]. Таким чином, виникає необхідність використання більш узагальненого критерію.

Особливість оптимізації багатокритеріальних задач полягає в тому, що часткові або локальні критерії є суперечливі, тобто покращення одного призводить до погіршення інших критеріїв. Такі критерії (вихідні параметри) відносяться до конфліктних. У багатокритеріальній оптимізації можна визначити як ступінь впливу часткових (окремих) критеріїв на варіанти рішень, так і сукупну оцінку всіх часткових критеріїв варіантів рішень шляхом згортки цих критеріїв.

На даний час, вирішення задачі багатокритеріальної оптимізації, коли неможлива оптимізація усіх конфліктних критеріїв на 100%, а лише кожного з них до певної міри, дозволяє використання нечіткої логіки.

Мета статті. Аналіз основних методів оптимізації та побудова моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базових малохвильових функцій при використанні різних критеріїв в умовах невизначеності.

Виклад основного матеріалу дослідження. При побудові математичної моделі можливі ситуації, коли відомі функціональна залежність кожної характеристики і залежність обмежень від параметрів. Так, у випадку коли побудова моделі добре структурована, її слід відносити до моделі з повною визначеністю, однак коли відсутня достатня інформація про функціональні залежності кожної характеристики і залежності обмежень від параметрів, то її необхідно відносити до моделей з повною або частковою невизначеністю.

Задання критеріїв в умовах невизначеності може бути реалізовано різними способами [3]:

- нечітким інтервалом;
- лінгвістичними змінними;
- нечіткими функціями, тобто у вигляді нечіткого рівняння, коефіцієнти або змінні якого є нечіткою множиною (НМ).

Крім того задачі багатокритеріальної оптимізації вимагають побудови функції належності. Найбільш поширеними методами побудови функції належності нечітких множин є прямі та непрямі методи експертних оцінок. [4].

Загалом, нечітке рішення \tilde{D} є результатом перетину локальних критеріїв $\tilde{G}_1 \div \tilde{G}_3$:

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \tilde{G}_3 = \left\{ \frac{\min_{i=1, n} \mu_{G_i}(x_1)}{x_1}, \frac{\min_{i=1, n} \mu_{G_i}(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\min_{i=1, n} \mu_{G_i}(x_k)}{x_k} \right\} \quad (4)$$

Для випадку нерівноважних критеріїв вираз (5) набуває наступного вигляду:

$$\tilde{D} = \left\{ \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_1))^{w_i}}{x_1}, \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_2))^{w_i}}{x_2}, \dots, \frac{\min_{i=1,n} (\mu_{G_i}(x_k))^{w_i}}{x_k} \right\}, \quad (5)$$

де w_i – коефіцієнт відносної важливості критерію G_i . Вагові коефіцієнти нормуються наступною умовою:

$$w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n = 1 \quad (6)$$

Для визначення коефіцієнтів w_i , формуються матриці парних порівнянь важливості критеріїв.

У підсумку найкращою базовою малохвильовою функцією в конкретному випадку вважається функція з найбільшим ступенем належності:

$$\mu_D(x^*) = \max_{i=1,2,3,\dots,n} \mu_D(x_i) \quad (7)$$

Так як локальні критерії вимірюються в різних одиницях, а їх масштаби не співрозмірні, неможливим є порівняння якості отриманих результатів за кожним критерієм. З огляду на це, необхідно привести масштаби цих критеріїв до єдиного безрозмірного масштабу шляхом наступної нормалізації [7]:

$$G_i = \frac{G_i - G_{i,\min}}{G_{i,\max} - G_{i,\min}} \quad (8)$$

Наступний крок полягає у представленні критеріїв G_i у вигляді нечіткої множини \tilde{G}_i на універсальній множині базових малохвильових функцій X [8].

$$\tilde{G}_i = \left(\frac{\mu_{G_i}(x_1)}{x_1}, \frac{\mu_{G_i}(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{G_i}(x_k)}{x_k} \right), \quad (9)$$

де $\mu_{G_i}(x_j)$ – число в діапазоні $[0,1]$, яким оцінюється ступінь належності базової малохвильової функції x_j нечіткій множині \tilde{G}_i . Чим більше значення $\mu_{G_i}(x_j)$, тим вищою є оцінка базової малохвильової функції x_j за критерієм G_i .

Кожен з критеріїв може бути представлений як простим нечітким числом G_p , так і лінгвістичною змінною $G_i = \{G_L, G_M, G_H\}$, де L, M і H – позначають поняття «низька», «середня» і «висока» для відповідного i -го критерію.

На основі аналізу ефективності критеріїв проведеному за результатами опрацювання різних типів сигналів формуються наступні експертні парні порівняння:

1. Слабка перевага G_2 над G_1 ;
2. Суттєва перевага G_2 над G_3 ;
3. Суттєва перевага G_1 над G_3 ;

Множина обраних критеріїв є незамкнутою, її можна доповнити з урахуванням більш детальних вимог до вибору конкретної малохвильової функції.

Крім того, кожен критерій може розглядатися як згортка локальних показників на більш низькому рівні ієрархії.

Практична реалізація задачі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції здійснена на базі FIS-редактора систем нечіткого виводу з Fuzzy Logic Toolbox, що входить до складу пакету прикладних програм математичного моделювання Matlab R2011b.

Відомо, що в процесі побудови систем нечіткого виведення найбільшого поширення набули методи як метод Мамдані та Сугено. Аналіз обох методів, які лежать в основі роботи FIS-редактора систем нечіткого виводу пакету Fuzzy Logic Toolbox показав доцільність використання нечіткої моделі на основі методу Мамдані. На рис. 1 наведена загальна структура нечіткої моделі на основі методу Мамдані.



Рис.1. Загальна структура нечіткої моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції на основі методу Мамдані

Якщо прийняти, що лінгвістичні змінні, які характеризують ефективність базових малохвильових функцій для опрацювання сигналу згідно визначеного критерію використовують терм-множину, то терми Низький (*L*), Середній (*M*), Високий (*H*) характеризують рівень визначеного критерію.

На етапі фазифікації задаються функції належності для терм-множин вхідних та вихідних лінгвістичних змінних. Множина критеріїв $G = \{G_1, G_2, G_3\}$ представляється трьома лінгвістичними змінними:

$$EER = \{EER_L, EER_M, EER_H\};$$

$$IER = \{IER_L, IER_M, IER_H\};$$

$$Cr = \{Cr_L, Cr_M, Cr_H\};$$

В подальшому обираються сигмоїдна функцію як функція належності для кожної вхідної лінгвістичної змінної та трапецієдальна функція як функція належності для вихідної лінгвістичної змінної:

На наступному етапі, на основі експертних парних порівнянь, формується база правил у вигляді структури з трьома входами та одним виходом (таблиця 1)

Таблиця 1

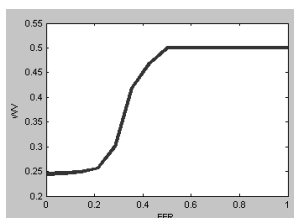
Правила формування моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції

№ правила	Вхід			Вихід
	$G_1(EER)$	$G_2(IER)$	$G_3(Cr)$	$Y(WV)$
1	2	3	4	5
1	Low	Low	Low	Low

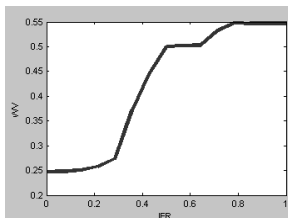
Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
2	Low	Low	Medium	Low
3	Low	Low	High	Low
4	Low	Medium	Low	Low
5	Low	Medium	Medium	Medium
6	Low	Medium	High	Medium
7	Low	High	Low	Medium
8	Low	High	Medium	Medium
9	Low	High	High	Medium
10	Medium	Low	Low	Low
11	Medium	Low	Medium	Low
12	Medium	Low	High	Medium
13	Medium	Medium	Low	Medium
14	Medium	Medium	Medium	Medium
15	Medium	Medium	High	Medium
16	Medium	High	Low	Medium
17	Medium	High	Medium	Medium
18	Medium	High	High	High
19	High	Low	Low	Low
20	High	Low	Medium	Medium
21	High	Low	High	Medium
22	High	Medium	Low	Medium
23	High	Medium	Medium	Medium
24	High	Medium	High	Medium
25	High	High	Low	High
26	High	High	Medium	High
27	High	High	High	High

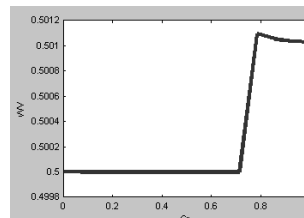
На завершальному етапі, в процесі дефазифікації використовується метод центру ваги для дискретної множини значень функції належності. На етапі дефазифікації реалізація системи нечіткого виведення дає можливість отримати оцінку ефективності базової малохвильової функції. Крім того, графічний інтерфейс Fuzzy Logic Toolbox дозволяє отримати графіки залежності вихідної величини від кожної із вхідних змінних (рис.2).



а)



б)



в)

Рис.2. Залежності вихідної величини від а) рівня критерію EER, б) рівня критерію IER, в) рівня критерію Cr

Наведені на рис.4 графіки показують залежність рівня ефективності базових малохвильових функцій від рівня кожного з критеріїв.

Також, в результаті побудови моделі, отримано залежності рівня ефективності базових малохвильових функцій від двох критеріїв у вигляді поверхонь (рис.3) .

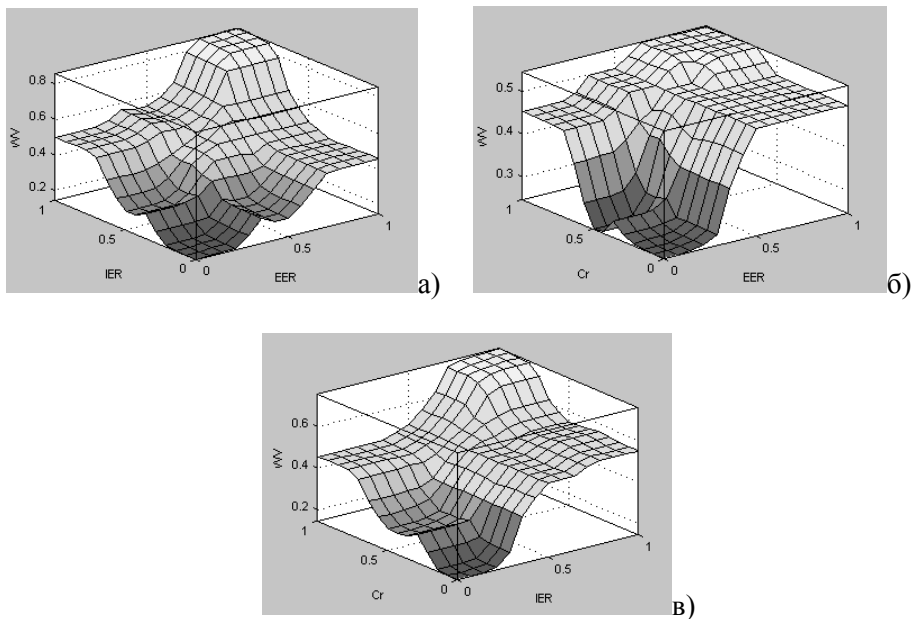


Рис.3. Поверхня системи нечіткої моделі відносно а) вхідних змінних EER, IER; б) вхідних змінних EER, Cr; в) вхідних змінних Cr, IER

Для дослідження розроблених моделей обрані сімейства ортогональних функцій з компактним носієм Добеші (db1...db20), Койфлети (coif1...coif5), Симлети (sym1...sym20) та тестові сигнали пакету Matlab: *blocks*, *bumps*, *doppler*, *heavy sine*, *trsin*, *wcantor* [9].

Для кожного з наведених тестових сигналів та обраних базових функцій за допомогою пакету Matlab проведена оцінка значень для енергетичного, ентропійного та кореляційного критеріїв згідно виразів (1-3). В результаті сформовано масиви значень для кожного з критеріїв. До кожного масиву значень застосовано розроблену модель багатокритеріальної оптимізації та отримано відповідні залежності. На рис.4-9 показано рівні ефективності обраних малохвильових функцій при опрацюванні кожного тестового сигналу.

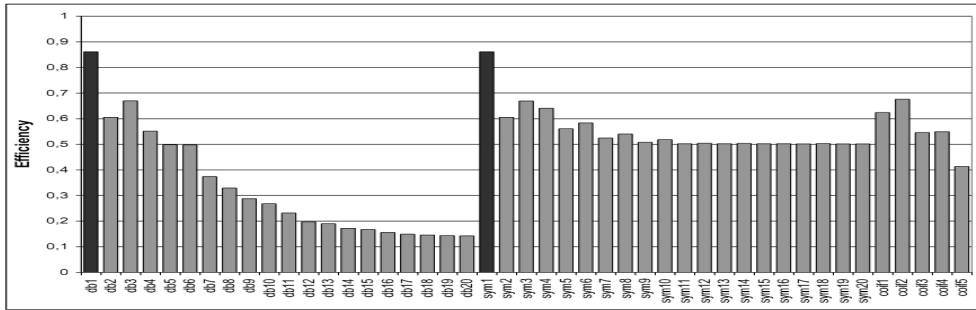


Рис.4. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'blocks.mat'

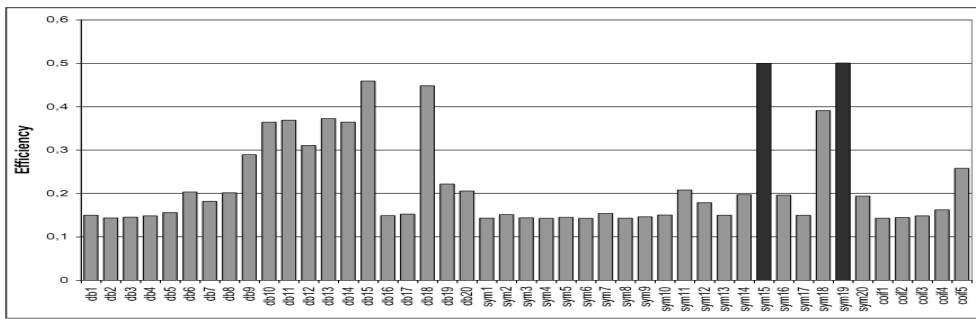


Рис.5. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'bumps.mat'

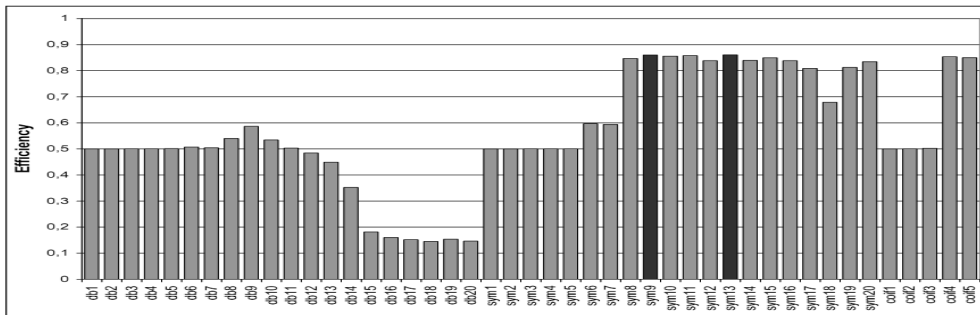


Рис.6. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'dopler.mat'

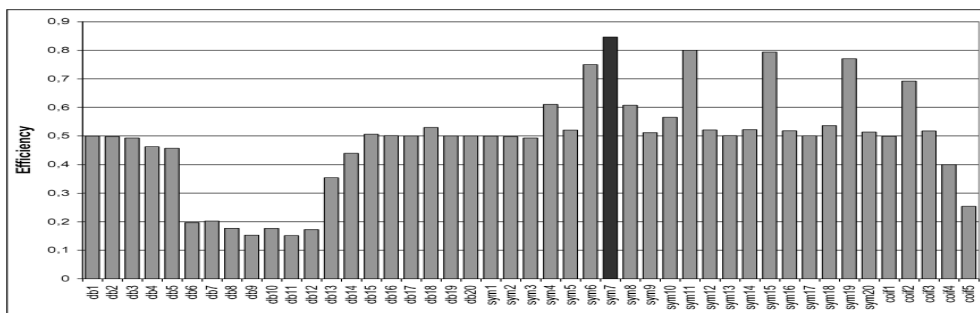


Рис.7. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу 'trsin.mat'

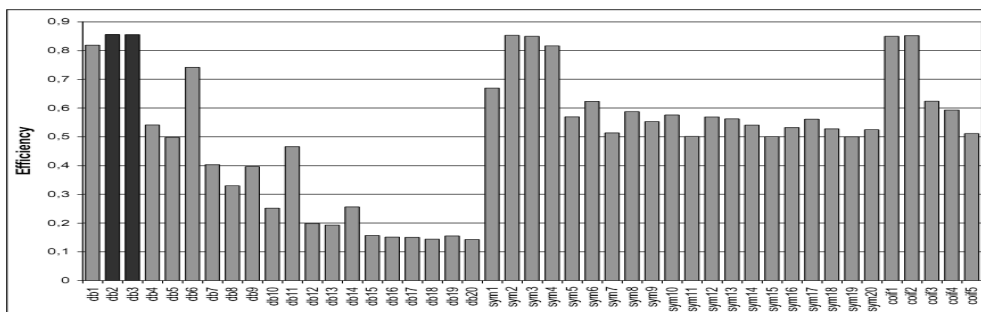


Рис.8. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу ‘heavy_sine.mat’

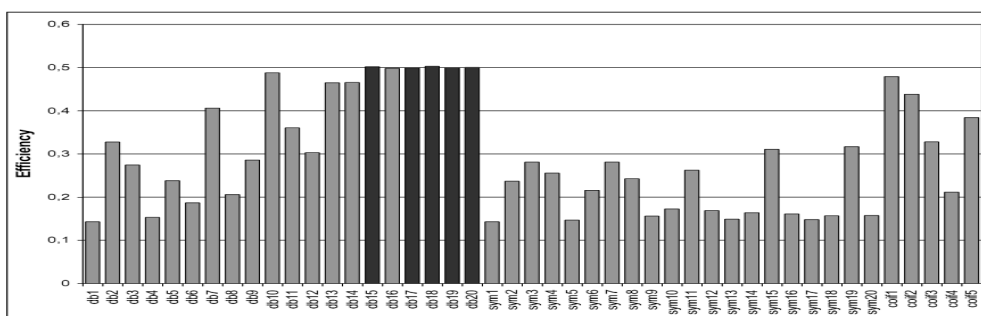


Рис.9. Реалізація багатокритеріальної оптимізації для тестового сигналу ‘heavy_sine.mat’

В таблиці 2 наведено базові малохвильові функції, які визначені як оптимальні для опрацювання кожного тестового сигналу.

Таблиця 2.

Базові малохвильові функції, визначені як ефективні, для опрацювання тестових сигналів за методом багатокритеріальної оптимізації

Тестові сигнали	Базові функції
“blocks”	db1, sym1
“bumps”	sym15, sym19
“doppler”	sym9, sym13
“heavy sine”	db2, db3
“trsine”	sym7
“wcantor”	db15, db17, db18, db19, db20

Висновки. В даній роботі запропоновано вирішення задачі неоднозначності вибору базових малохвильових функцій при використанні різних критеріїв шляхом багатокритеріальної оптимізації зі застосуванням засобів нечіткої логіки.

В статті наведено аналіз алгоритмів розв’язання задачі багатокритеріальної оптимізації на основі теорії нечітких множин та обрано метод побудови моделі багатокритеріальної оптимізації з використанням лінгвістичних змінних на основі алгоритму Мамдані. В якості функції належності вхідних змінних обрано

сигмоїдну функцію, як функцію належності вихідної змінної – трапецієдальну функцію. Правила для моделі багатокритеріальної оптимізації вибору базової малохвильової функції були побудовані на основі експертної інформації за результатами попередніх досліджень [2].

Практична реалізація моделі здійснена на базі FIS-редактора систем нечіткого виводу Fuzzy Logic Toolbox, що є складовою пакету прикладних програм математичного моделювання Matlab R2011b. Розроблена модель була використана для визначення ефективності базових малохвильових функцій для шести тестових сигналів пакету Matlab, що дозволило обрати оптимальні функції для подальшого опрацювання кожного тестового сигналу.

Список використаних джерел

1. Mallat S. Wavelet tour of signal processing. Third edition: The Sparse Way / Stéphane Mallat., 2008.
2. Lagun I. Selection of wavelet basis for the effectiveness processing of signals / I. Lagun, A. Nakonechnyi. // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2016. – №5. – С. 69–73.
3. Ягер Р. Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / Рональд Р Ягер. – Москва: Радио и связь, 1986. – 408 с.
4. Яхьяева Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети / Г. Э. Яхьяева. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий, 2010. – 316 с. – (Основы информационных технологий).
5. Беллман Р. Принятие решений в расплывчатых условиях. Вопросы анализа и процедуры принятия решений / Р. Беллман, Л. Заде. – Москва: Мир, 1976.
6. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
7. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления, и приложения / Р. Штойер. – Москва: Радио и связь, 1992. – 504 с.
8. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С. Д. Штовба. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
9. Дьяконов В. П. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В. П. Дьяконов, И. В. Абраменкова. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 602 с.

REFERENCES

1. Mallat S. (2008). Wavelet tour of signal processing. Third edition: The Sparse Way. Stéphane Mallat. (in English)
2. Lagun I. (2016). Selection of wavelet basis for the effectiveness processing of signals. I. Lagun, A. Nakonechnyi. Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. №5, pp. 69–73. (in English)
3. Iager R. (1986). Nechetkie mnozhestva i teoriia vozmozhnostei: Poslednie dostizheniia [Fuzzy set of opportunities and theory tutorial: Recent achievements]. R. Iager. Moskva: Radio i sviaz, p.408. (in Russian)
4. Iakhiaeva G. E. (2010). Nechetkie mnozhestva i neuronnye seti [Fuzzy sets and neural networks: a Tutorial] G. E. Iakhiaeva. Moskva: Binom. Laboratoriia znani, Internet-universitet informatsionnykh tekhnologii, p.316. (in Russian)

5. Bellman R. (1976). Priniatie reshenii v rasplyvchatykh usloviakh. Voprosy analiza i protsedury priniatiia reshenii [Decision-making in a fuzzy environment. Issues of analysis and decision-making procedures]. R. Bellman, L. Zade. Moskva: Mir. (in Russian)
6. Saati T. (1993). Priniatie reshenii. Metod analiza ierarkhii. [Decision making. method for analyzing hierarchies] M.: Radio i sviaz, p.320. (in Russian)
7. Shtoyer R. (1992). Mnogokriterialnaia optimizatsiia. Teoriia, vychisleniia, i pri-lozheniia, R. Shtoyer, M.: Radio i sviaz, p.504. (in Russian)
8. Shtovba S. D. (2007). Proektirovanie nechetkih sistem sredstvami MATLAB [Designing of fuzzy systems by means of MATLAB]. S. D. Shtovba, M.: Gorjachaja linija-Telekom, p.288. (in Russian)
9. Djakonov V. P. (2002). MATLAB. Obrabotka signalov i izobrazhenij. Specialnyj spravochnik [MATLAB. Signal and image processing. Special reference book]. V. P. Djakonov, I. V. Abramenkova. Sankt-Peterburg: Piter, p. 602. (in Russian)

UDC 681.325

MULTICRITERIA OPTIMIZATION OF SELECTION OF BASIS FUNCTIONS FOR PROCESS OF WAVELET TRANSFORMATION OF SIGNALS

I.I. Lahun, A.Y. Nakonechnyi

National University «Lviv Polytechnic»

e-mail:ilona.i.lahun@lpnu.ua, andrnakon@gmail.com

It has been shown that the effectiveness of signal processing using the discrete wavelet transformation depends on the correct choice of the basic wavelet function. The model of multicriteria optimization of selection of the wavelet function has been developed based on fuzzy logic. The experimental study of the model has been carried out for the most common types of signals.

Key words: *selection of criteria, basic low wavelet function, wavelet function, multicriteria optimization, fuzzy set, fuzzy criteria.*

Стаття надійшла до редакції 14.02.2017

Received 14.02.2017